

MODUL RANGKAIAN ELEKTRIK I



**Di susun oleh:
Dr. Drs. Jaja Kustija, M.Sc.**

**JURUSAN TEKNIK ELEKTRO
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA**

2014

Pertemuan 1

Topik Bahasan : Pengenalan Prinsip SI unit

Tujuan Pembelajaran Umum : Mahasiswa mengetahui dan menguasai definisi standard satuan, besaran pokok dan satuan turunan dan operasi standard decimal prefixes

Sistem Satuan dan Definisi

1. Sistem Satuan Internasional (SI)

Sistem satuan ini didasarkan atas tujuh buah satuan dasar yang penting yaitu : meter, kilogram, detik, ampere, derajat kelvin dan candela.

Tabel SI

Besaran	Satuan
Panjang (l)	Meter (m)
Massa (m)	Kilogram (kg)
Waktu (t)	Detik / second (det)
Arus listrik (i)	Ampere (A)
Temperature (t)	Derajat kelvin (⁰ K)
Intensitas cahaya	Candela (cd)
Jumlah zat	Mol

Beberapa definisi standard satuan :

Panjang

Standard panjang didasarkan atas panjang gelombang cahaya merah jingga dari krypton-86. Definisi 1 meter adalah 1.650.763,73 kali panjang gelombang cahaya merah jingga dari krypton-86. Alat ukur yang digunakan adalah interferometer optic.

Massa

Standard massa berdasarkan pada silinder yang terbuat dari platina iridium yang disimpan di International Bureau of Weight and Measures di Sevres, dekat Paris. Satu kilogram adalah massa dari platina iridium dengan diameter 3,9 cm dan tinggi 3,9 cm.

Massa atomic berdasarkan pada massa satu atom karbon ^{12}C adalah 12 sma (satuan massa atom).

Waktu

Standard waktu berdasar pada transisi antara dua tingkatan energi dari atom cesium-133. Satu detik adalah waktu yang diperlukan sebanyak 9.192.631,770 kali periode atom cesium.

Definisi beberapa besaran yang diturunkan

Beberapa besaran yang diturunkan dari satuan pokok antara lain seperti contoh dibawah ini :

Besaran	Simbol	Satuan
Gaya	F	Newton (N) = kg m /det
Energi	w	Joule = N.m = kg m ² /det
Daya	P	Watt = Joule/det = kg m ² /det ²
Arus	i	Ampere = C/det
Muatan	q	Coulomb = A det
Tegangan	V	Volt = J/A
Kuat medan listrik	E	Volt/meter
Hambatan	R	Ohm (Ω) = V/A
Konduktansi	G	Mho = A/V (siemen)
Kapasitansi	C	Farad (f = Ampere.second/Volt)
Frekuensi	f	Hertz
Kepadatan fluks	B	Tesla T = wb/m ²
Fluks magnet	ϕ	Weber wb= T.m ²
Induktansi	L	Henry H = Volt.second/Ampere

Terjadinya medan listrik adalah karena adanya muatan listrik. Medan magnet terjadi karena adanya muatan yang bergerak.

Arus listrik yang mengalir per satuan waktu melalui suatu penampang didefinisikan sbb :

“Muatan yang mengalir per satuan waktu melalui penampang tersebut.

Arah arus listrik sesuai dengan arah muatan positif atau berlawanan dengan muatan negatif”

$$\mathbf{i} = \frac{dq}{dt}$$

Seandainya dalam suatu konduktor muatan positif q^+ mengalir ke kanan dan muatan negatif q^- mengalir ke kiri, maka arus listrik ke arah kanan adalah :

$$\mathbf{i} = \frac{dq^+}{dt} + \frac{dq^-}{dt}$$

Tegangan (voltage)

Tegangan atau beda potensial antara dua buah titik, menunjukkan energi yang diperlukan untuk memindahkan muatan dari suatu titik ke titik yang lain, sebuah muatan satu coulomb memberikan atau menerima energi satu joule jika melewati tegangan satu volt.

$$\mathbf{V} = \frac{dw}{dq}$$

Kuat medan listrik

Medan listrik terjadi antara lain di antara dua buah elektroda suatu kapasitor yang bermuatan atau di sekitar suatu muatan listrik.

Kuat medan listrik merupakan suatu vektor (mempunyai besaran dan arah).

Besarnya kuat medan listrik (E) berbanding lurus dengan besarnya gaya yang bekerja pada suatu muatan positif yang terletak dalam medan listrik tersebut.

Arah medan listrik di suatu titik adalah sama dengan arah gaya interaksi listrik di titik tersebut jika diasumsikan di titik tersebut terdapat muatan listrik positif.

Untuk suatu muatan q yang terletak dalam muatan listrik maka gaya yang bekerja pada muatan tersebut dapat ditentukan sbb :

$$F = q.E \rightarrow E = \frac{F}{q}$$

Notasi Desimal

Untuk menyatakan bilangan yang lebih besar atau kecil dari suatu satuan dasar, biasa digunakan notasi desimal (standard decimal prefixis yang menyatakan pangkat dari sepuluh)

Tabel Notasi Desimal Prefixis

Notasi lengkap	Singkatan	Faktor perkalian
atto	a	10^{-18}
fento	f	10^{-15}
pico	p	10^{-12}
nano	n	10^{-9}
mikro	μ	10^{-6}
mili	m	10^{-3}
centi	c	10^{-1}
desi	d	10
deka	da	10^2
hekta	h	10^3
kilo	k	10^3
Mega	M	10^6
Giga	G	10^9
Terra	T	10^{12}

Contoh :

- $C_1 = 10 \text{ pF} = 10 \cdot 10^{-12} \text{ F} = 10^{-11} \text{ F}$
- $C_2 = 10 \text{ nF} = 10 \cdot 10^{-9} \text{ F} = 10^{-8} \text{ F}$
- $1 \text{ dynne} = 1 \text{ gram.cm/s}^2 = \dots \text{ Newton}$

Jawab

$$1 \text{ newton} = 1 \text{ kg m/s}^2$$

$$1 \text{ dynne} = 1 \text{ gram.cm/s}^2 = 10^{-3} \text{ kg} \cdot 10^{-2} \text{ m / s}^2 = 10^{-5} \text{ kg m/s}^2$$

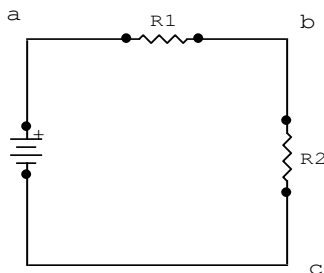
$$\text{Jadi } 1 \text{ dynne} = 10^{-5} \text{ newton}$$

NOTASI

- Huruf besar digunakan untuk notasi besaran yang konstan setiap saat (contoh : V, I, P, W dsb)

- b. Huruf kecil digunakan untuk notasi besaran dengan harga sebagai fungsi waktu (contoh : v, i, p, w dsb)

Untuk tegangan

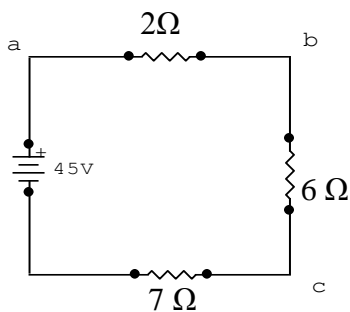


$V_{ab} \rightarrow$ tegangan a terhadap b ($V_a - V_b$) = V_1

$V_{bc} \rightarrow$ tegangan b terhadap c ($V_b - V_c$) = V_2

$V_{ab} = - V_{ba}$

Contoh masalah tegangan



- a. Hitung I
- b. Tegangan pada
 - $R = 2 \Omega$
 - $R = 6 \Omega$
 - $R = 7 \Omega$
- c. Daya

Jawaban

a. $I = \frac{V}{R}$, disini R merupakan hubungan seri jadi $R_{total} = 2 + 6 + 7 = 15 \Omega$

$$I = \frac{45}{15} = 3A$$

b. $V(2 \Omega) = I \cdot R = 3 \cdot 2 = 6$ Volt (membagi tegangan)

$$V(6 \Omega) = 3 \cdot 6 = 18$$
 Volt

$$V(7 \Omega) = 3 \cdot 7 = 21$$
 Volt

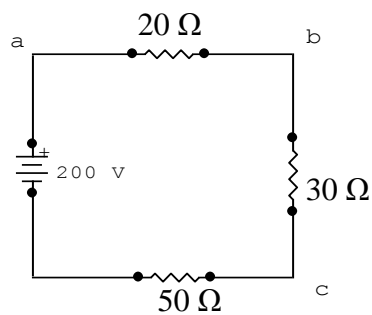
c. $P = I \cdot V$

$$= 3 \cdot 45 = 135$$
 Watt

Evaluasi

Kerjakan soal-soal dibawah ini !

1. 10 k n Hertz =Hertz
2. Sebutkan definisi
 - a. 1 kg
 - b. 1 meter
 - c. 1 second
3. Turunkan 1 sma atau 1 unit = Kg
- 4.



Hitung tegangan V_{ba}

5. Sebutkan perbedaan notasi dengan huruf besar dan huruf kecil

Pertemuan 2

Topik Bahasan : Pengenalan sifat komponen pasif linier dan komponen aktif

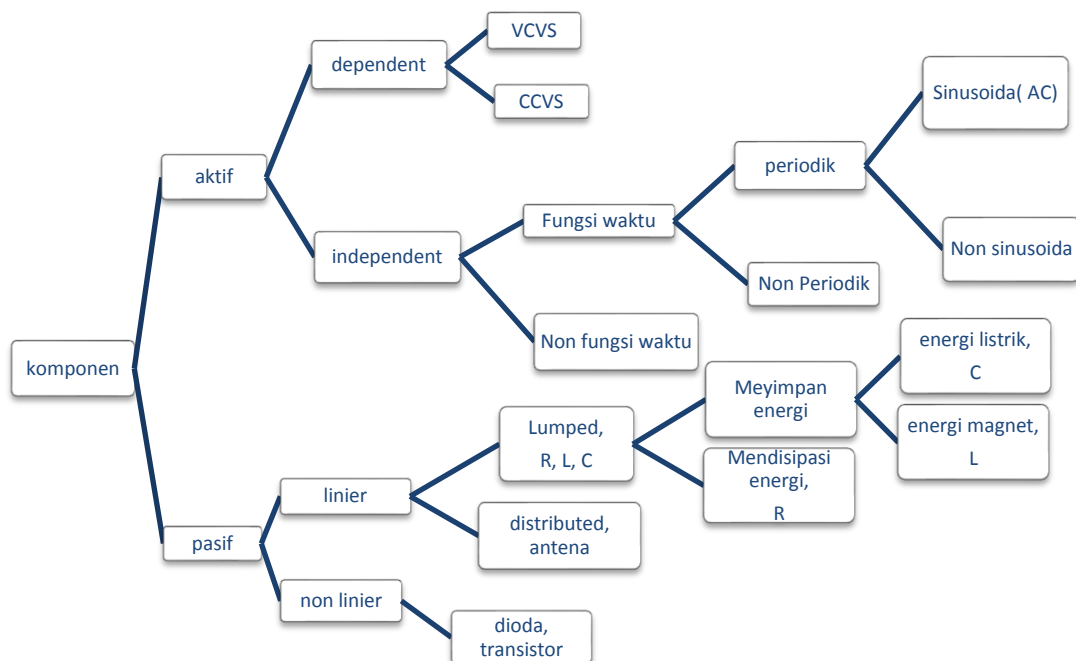
Tujuan pembelajaran umum : Mahasiswa mengetahui sifat-sifat komponen pasif linier dan komponen aktif pada rangkaian listrik

KOMPONEN – KOMPONEN RANGKAIAN LISTRIK

Definisi komponen pasif dan aktif

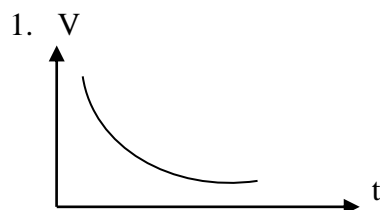
Komponen pasif listrik adalah komponen yang menyerap energi, sedangkan komponen aktif adalah komponen yang memberikan energi.

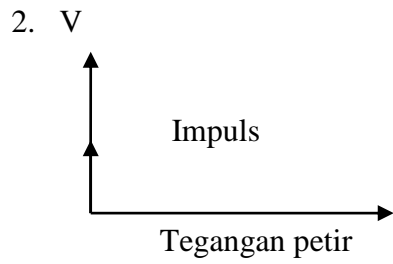
Komponen-komponen elektrik dapat digambarkan dalam bagan di bawah ini :



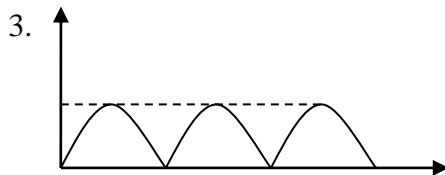
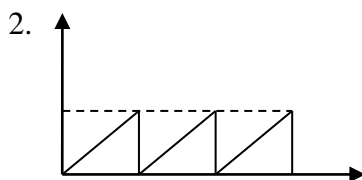
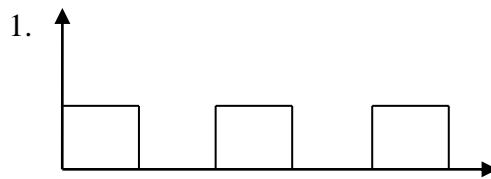
Pada Rangkaian Elektrik I hanya membahas komponen diskrit

Contoh non periodik :





Contoh non sinusoida



SIFAT – SIFAT KOMPONEN RANGKAIAN LISTRIK

1. Komponen aktif

1.1. Sumber tegangan

Simbol sumber tegangan dibagi 2 yaitu :

- Simbol umum : untuk semua sumber tegangan



- Simbol khusus: untuk satu jenis sumber tegangan saja



DC



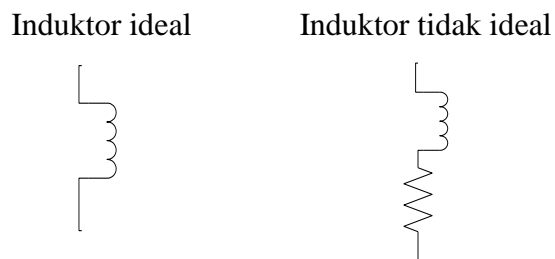
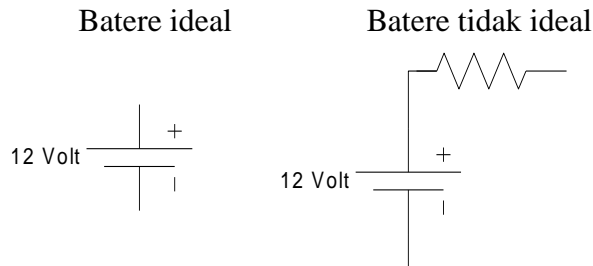
AC



Dependen

Sifat – sifat yang dijelaskan dalam rangkaian elektrik dianggap sebagai komponen ideal walaupun dalam praktek tidak ada komponen yang ideal.

Contoh :

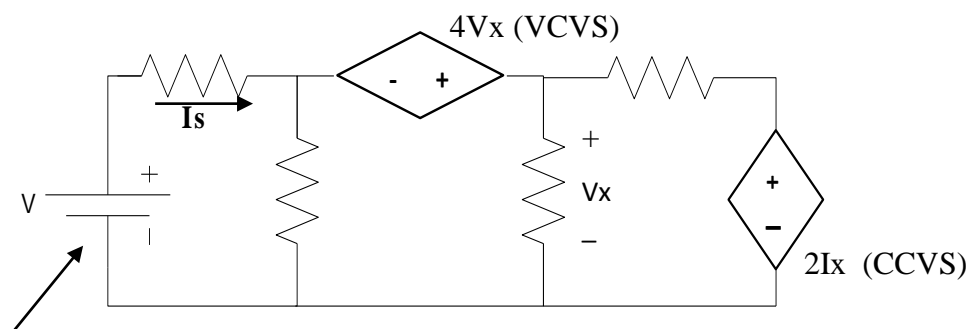


1.1.1. Sumber tegangan dependen

Sumber tegangan yang tergantung tegangan atau arus lain. Ada 2 macam sumber tegangan dependen :

- VCVS = Voltage Control Source Control (sumber tegangan yang tegangannya dikontrol oleh tegangan lain)
- CCVS = Current Control Voltage Source (sumber tegangan yang tegangannya dikontrol oleh arus lain)

contoh :



Sumber Tegangan
Independen (ideal)

1.1.2. Sumber tegangan independen

Adalah sumber tegangan tegangan bersifat tetap, tidak tergantung pada tegangan atau arus lain tetapi **dapat** tergantung pada waktu.

Jadi terdapat 2 macam sumber tegangan independen yaitu:

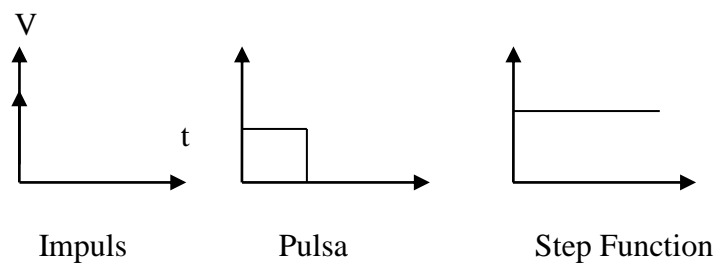
- Sumber tegangan independen yang tidak tergantung waktu tegangan bersifat tetap, tidak tergantung pada tegangan atau arus lain **bukan** fungsi waktu.

Contoh : batere, generator DC

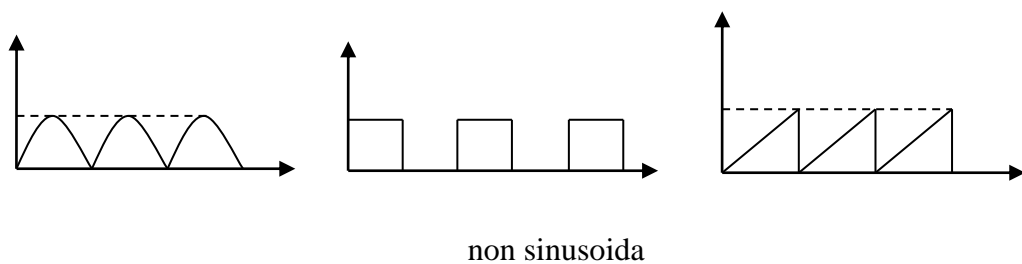
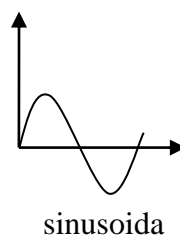
- Sumber tegangan independen yang tergantung waktu.

Terdiri dari sumber tegangan periodik dan non periodik

- Non periodik → tidak berulang bentuknya, contoh :



- Periodik → bentuk dan harganya berulang, terdiri dari sinusoida dan non sinusoida, contoh :



1.2. Sumber Arus



Simbol umum

Sumber arus



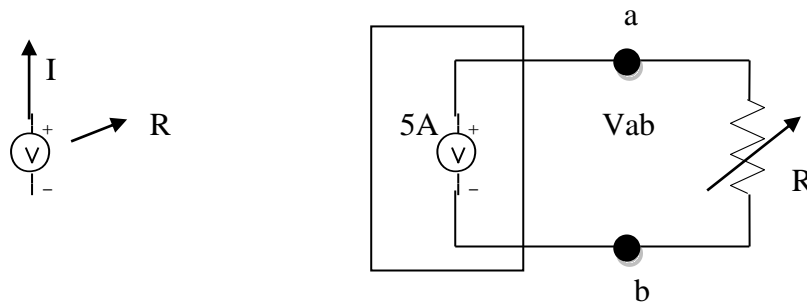
simbol khusus

sumber arus dependen

1.2.1. sumber arus ideal dan tidak ideal

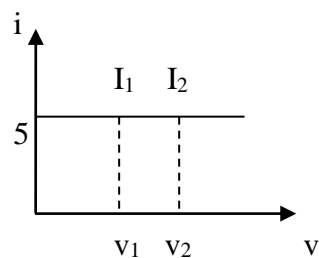
- Sumber arus ideal : sumber arus yang arusnya tetap, tidak tergantung tegangan pada sumber arus tersebut.

Contoh :

Misalkan $I = 5A$

I (A)	R (Ohm)	V = R I (Volt)
5	1	5
	2	10
	3	15

Kurva



Dari tabel diatas, arus tetap 5A (tidak tergantung tegangannya)

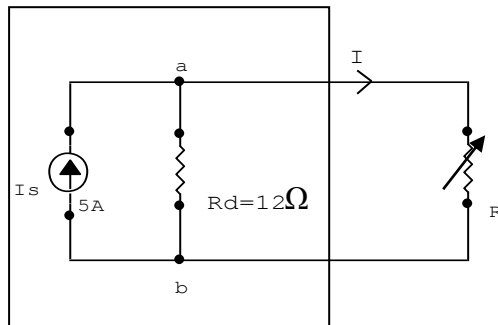
 R_d = resistansi dalam sumber arus ideal

$$= \frac{\Delta V}{\Delta I} \text{ dengan } \Delta I \ll = \frac{V_2 - V_1}{I_2 - I_1} = \frac{\Delta V}{0} = \infty, \quad \mathbf{R_d \text{ sumber arus ideal} = \infty}$$

Sumber Arus Tidak Ideal

Adalah sumber arus dengan $R_d \neq \infty$

Contoh :



Misal $I_s = 5A$ sumber arus ideal, $R_d = 12 \Omega$, resistansi dalam sumber arus tidak ideal, I arus dari sumber arus tidak ideal.

I_s	R_d	$R (\Omega)$	$R_d // R (\Omega)$	$V = I_s(R_d // R)$	$I = V/R (A)$
5A	12 Ω	24	$\frac{12 \cdot 24}{12+24} = 8$	5 (8) = 40 V	40/24 = 1,67
		12	$\frac{12 \cdot 12}{12+12} = 6$	5 (6) = 30 V	30/12 = 2,5
		6	$\frac{12 \cdot 6}{12+6} = 4$	5 (4) = 20 V	20/6 = 3,3
		4	$\frac{12 \cdot 4}{12+4} = 3$	5 (3) = 15 V	15/4 = 3,75

Dari tabel, arus semakin kecil (I = arus sumber tidak ideal), bila tegangan semakin besar (V).

Catatan :

- menggambar sumber arus harus disertai arah arus
- Sumber arus tidak ideal dapat diganti dengan sumber arus ideal parallel dengan R_d
- Sumber arus ideal mempunyai $R_d = \infty$

1.2.2. Sumber arus dependen dan independen

- Sumber arus dependen

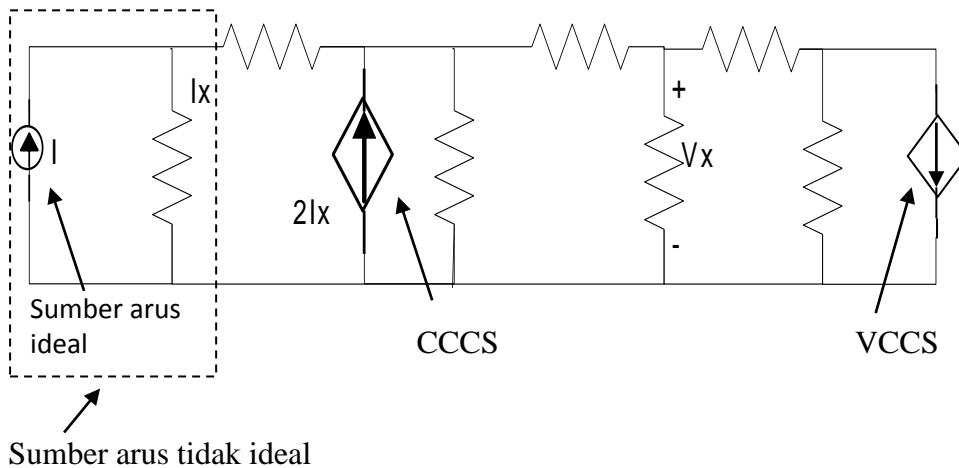
Adalah sumber arus yang arusnya tergantung pada tegangan atau arus lain.

Ada 2 macam sumber arus dependen :

VCCS = Voltage Control Current Source (sumber arus yang arusnya dikontrol/tergantung tegangan lain)

CCCS = Current Control Current Source (sumber arus yang arusnya dikontrol atau tergantung arus lain)

contoh :



Sumber Arus Independen

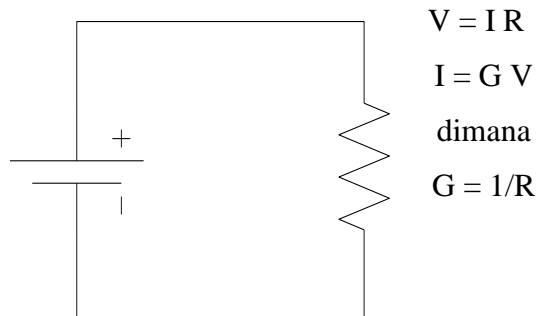
Adalah sumber arus yang arusnya tidak tergantung pada tegangan atau arus lain, tetapi **dapat** tergantung waktu (fungsi waktu).

- Pembagian sumber arus independen analog dengan sumber tegangan independen.
- Sumber arus independen terdiri dari sumber arus konstan/DC/bukan fungsi waktu dan sumber arus fungsi waktu
- Sumber arus fungsi waktu terdiri dari sumber arus periodik dan non periodik
- Sumber arus periodik terdiri dari sumber arus sinusoida (AC) dan non sinusoida

2.KOMPONEN PASIF

RESISTOR(R)

Resistor adalah komponen pasif linier yang mendisipasi daya dan mempunyai hubungan persamaan



Resistor dapat dibuat dari bahan yang mempunyai konduktivitas rendah atau resistansi jenis tinggi. Tetapi resistansi dapat terjadi dari setiap penghantar karena setiap penghantar mempunyai nilai hambatan jenis tertentu sesuai dengan jenis penghantarnya. Hambatan yang terjadi pada penghantar dipengaruhi oleh panjang penghantar, luas penampang penghantar dan hambatan jenis dapat ditulis dengan persamaan :

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Atau

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{l}{A}$$

Dengan

R = Resistansi/hambatan (Ω)

ρ = Hambatan jenis ($\Omega \text{ m}$)

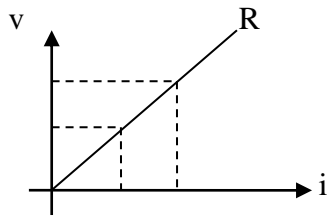
l = Panjang penghantar (meter)

A = Luas penampang penghantar (m^2)

σ = $1/\Omega \text{ m}$

G = konduktivitas (mho atau siemen)

Dari persamaan $V = I R$ dapat ditunjukkan secara grafik dan dapat ditunjukkan pula bahwa hubungan V dan I bersifat linier, sebagai berikut :



KAPASITOR (C)

Kapasitor adalah elemen pasif linier yang dapat menyimpan energi dalam bentuk medan listrik. Kapasitansi dari sebuah kapasitor ditentukan oleh muatan yang tersimpan terhadap beda potensial antara elektrodanya.

Persamaannya :

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$\text{Dan } i = \frac{dQ}{dt}$$

Atau

$$Q = \int i \, dt$$

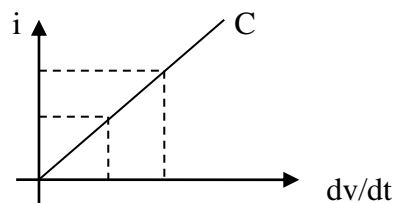
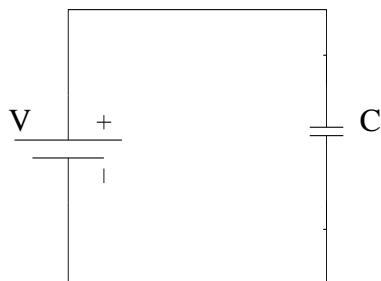
Maka

$$V = \frac{1}{C} \int i \, dt$$

Atau

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

Arus yang dapat diamati ternyata sebanding dengan Rate of Change Voltage (dv/dt), dapat digambarkan dalam bentuk grafik dan dapat ditunjukkan pula bahwa hubungan dv/dt dan i bersifat linier, sebagai berikut :



INDUKTOR (L)

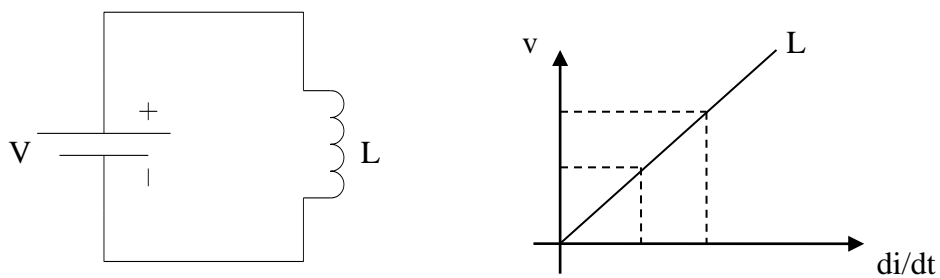
Dari percobaan ternyata dengan tegangan yang kecil, dapat diperoleh arus yang tetap. Tetapi untuk memperoleh arus yang berubah-ubah diperlukan tegangan yang besar.

Besar tegangan sebanding dengan Rate Change Current (di/dt)

$$V = L \frac{di}{dt}$$

Dimana L = induktansi dalam Henry (H)

dapat digambarkan dalam bentuk grafik dan dapat ditunjukkan pula bahwa hubungan dv/dt dan i bersifat linier, sebagai berikut :



Dari percobaan tentang hukum resistansi, kapasitansi, dan induktansi kita dapat menyimpulkan :

Komponen	Voltage	Arus
R	$v(t) = i(t) \cdot R$	$i(t) = \frac{V(t)}{R}$
L	$v(t) = L \frac{di}{dt}$	$i(t) = \frac{1}{L} \int v \, dt$
C	$v(t) = \frac{1}{C} \int i \, dt$	$i(t) = C \frac{dv}{dt}$

Energi yang tersimpan dalam komponen pasif linier

- **Induktansi**

$$v(t) = L \frac{di}{dt} \quad \text{syarat awal } i = 0 \text{ pada } t = 0$$

$$U_L = \int_0^T P dt = \int_0^T v \cdot i dt = \int_0^T L \frac{di}{dt} = \int_0^T L \cdot i di$$

$$\text{Jadi } U_L = \frac{1}{2} L i^2$$

- **Kapasitansi**

$$i(t) = C \frac{dv}{dt}$$

$$U_C = \int_0^T P dt = \int_0^T v \cdot i dt = \int_0^T C \cdot v dv = \frac{1}{2} C V^2$$

$$\text{Jadi } U_C = \frac{1}{2} C V^2$$

- **Resistansi**

$$v = i R$$

$$U_R = \int_0^T P dt = \int_0^T v \cdot i dt = \int_0^T i \cdot R \cdot i dt = \int_0^T i^2 \cdot R dt = i^2 \cdot R \cdot T$$

$$\text{Jadi } U_R = i^2 \cdot R \cdot T$$

Contoh dan Pembahasan

1. Sebuah penghantar panjang 100 meter mempunyai resistansi $100 \mu \Omega$ m dan luas penampang 10 cm^2
 - a. Cari resistansi dan konduktansi dari penghantar tersebut
 - b. Jika disambungkan ke beda potensial 10 Volt, cari arus listrik yang mengalir

Jawab

$$\begin{aligned} \text{a. } R &= \rho \frac{l}{A} \\ &= 100 \times 10^{-6} \cdot \frac{100}{10 \times 10^{-4}} \\ &= \frac{10^{-2}}{10^{-3}} = 10 \Omega \\ G &= \frac{1}{R} \\ &= 1/10 = 0,1 \text{ siemen} \\ \text{b. } I &= \frac{V}{R} = \frac{10}{10} = 1 \text{ Ampere} \end{aligned}$$

2. Jika diketahui arus yang mengalir di kapasitor $10 \mu\text{F}$, $i = 10e^{-2t}$ Ampere. Hitung tegangan pada kapasitor selama 0,5 detik

Jawab

$$\begin{aligned} v_c &= \frac{1}{c} \int_0^{0,5} i dt = \frac{1}{10 \times 10^{-6}} \int_0^{0,5} 10 e^{-2t} dt \\ &= 10^5 \cdot 10 \left(\frac{1}{3} e^{-2t} \Big|_0^{0,5} \right) \\ \frac{10^6}{3} [e^{2t}]^{0,5} &= - \frac{10^6}{3} (e^{-1} - e^0) \\ &= \frac{10^6}{3} (e^0 - e^{-1}) \\ &= \frac{10^6}{3} (1 - 0,367) \\ &= \frac{10^6}{3} (0,633) \\ &= \frac{0,633 \times 10^6}{3} \\ &= 211000 \text{ Volt} \end{aligned}$$

3. Diketahui induktansi $L = 100 \text{ mH}$ dialiri arus 2 A , cari energi selama $0,1$ detik.

Jawab

$$\begin{aligned} U_L &= \frac{1}{2} L i^2 \\ &= \frac{1}{2} (100 \times 10^{-3}) (2)^2 \\ &= 50,4 \times 10^{-3} \\ &= 200 \times 10^{-3} \\ &= 0,2 \text{ joule} \end{aligned}$$

EVALUASI

1. Sebutkan 7 besaran pokok dalam SI beserta simbolnya !
2. Definisikan besaran dibawah ini dan tuliskan simbol serta satuannya:
 - a. Arus listrik
 - b. Tegangan listrik
 - c. Kuat medan listrik
 - d. Kerapatan medan magnet
3. Turunkan resistansi, induktansi dan kapasitansi dari besaran-besaran dasar dalam SI !
4. Sebutkan penggolongan/pembagian komponen-komponen rangkaian elektrik ! beri contoh masing-masing golongan !
5. Jelaskan mengenai komponen :
 - a. lumped
 - b. distributed
 - c. linier
 - d. sumber tegangan dependen
 - e. sumber arus non periodik
6. Jeaskan pengertian VCCS, VCVS, CCCS dan CCVS !
7. Buat grafik hubungan antara arus dan tegangan atau tegangan terhadap Rate Change Current (di/dt), arus terhadap Rate Change Voltage (dv/dt) pada :

- a. Sumber tegangan ideal
- b. Sumber arus ideal
- c. R
- d. L
- e. C

Pertemuan 3

Topik Bahasan : Hukum-hukum rangkaian listrik (Hk. Ohm, Hk. Kirchoff Arus, Hk. Kirchoff Tegangan)

Tujuan Pembelajaran Umum : Mahasiswa menguasai prinsip-prinsip hukum rangkaian listrik

HUKUM-HUKUM RANGKAIAN LISTRIK

1. Hukum Ohm

Pada suatu penghantar yang mengandung nilai konduktivitas tertentu ketika dipengaruhi oleh medan listrik maka rapat arus yang terjadi berbanding lurus dengan medan yang diberikan dan nilai konduktivitas jenis dari bahan penghantar. Secara matematis dapat ditulis dalam persamaan sbb :

$$J = \sigma E$$

$$J = I/A = \text{rapat arus (ampere/m}^2\text{)}$$

$$\sigma = \text{konduktivitas jenis (1/\Omega m)}$$

$$E = \text{kuat medan listrik (volt/m)}$$

$$I = \text{Kuat arus listrik (ampere)}$$

$$A = \text{Luas penampang penghantar (m}^2\text{)}$$

Pada kasus umum dalam perhitungan rangkaian sering ditulis dalam bentuk persamaan :

$$I = \frac{V}{R}$$

$$V = \text{Beda potensial (Volt)}$$

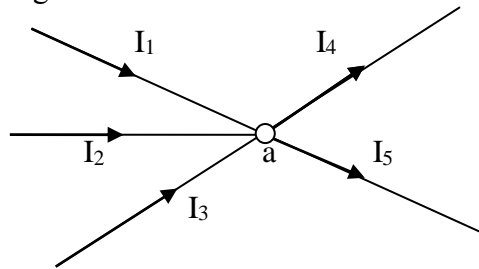
$$I = \text{Arus listrik (ampere)}$$

$$R = \text{Hambatan (Ohm = Volt/ampere)}$$

2. Hukum Kirchoff

2.1. Hukum Kirchoff Arus

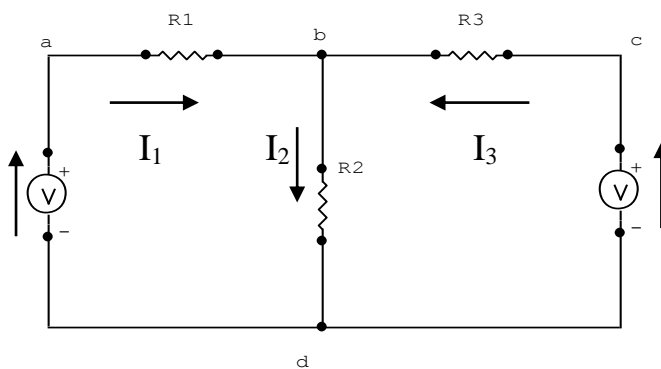
Hukum Kirchoff tentang arus (Kirchoff Current Law). Pada titik cabang berlaku hukum tentang arus yaitu “Jumlah arus yang masuk sama dengan jumlah arus yang keluar”.



$$I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

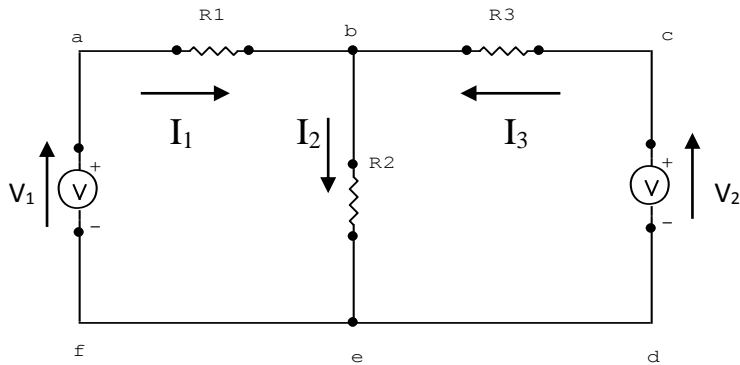
Contoh :



Pada titik b $\rightarrow I_1 - I_2 + I_3 = 0$

2.2. Hukum Kirchoff Tegangan

Pada suatu rangkaian tertutup, beda potensial dari suatu titik kembali ke titik tersebut sama dengan nol



Pada loop abefa

$$\sum v = 0, \text{ atau } V_{aa} = 0$$

$$-V_{fa} + V_{ab} + V_{bc} + V_{ef} = 0$$

$$-V_1 + I_1 R_1 + I_2 R_2 = 0$$

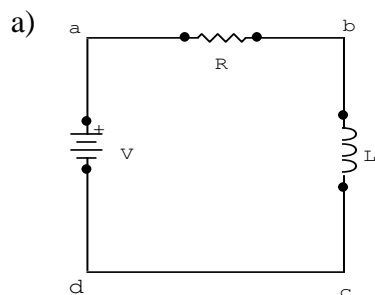
Pada loop bcdeb

$$\sum v = 0 \text{ atau } V_{bb} = 0$$

$$V_{bc} + V_{cd} + V_{de} + V_{eb} = 0$$

$$-I_3 R_3 + V_2 - I_2 R_2 = 0$$

Contoh :

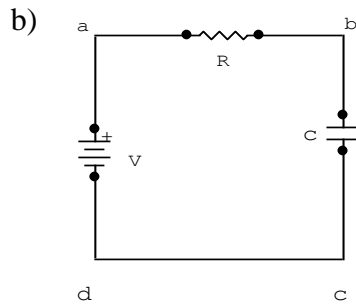


Pada loop abcda

$$\sum v = 0$$

$$-V + IR + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$IR + L \frac{di}{dt} = V$$

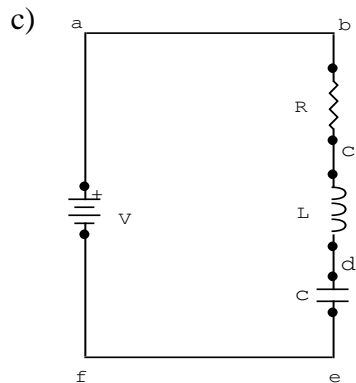


Pada loop abcda

$$\sum v = 0$$

$$-V + IR + \frac{1}{C} \int i \, dt = 0$$

$$IR + \frac{1}{C} \int i \, dt = V$$



$$-V + IR + \frac{1}{C} \int i \, dt + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$IR + \frac{1}{C} \int i \, dt + L \frac{di}{dt} = V$$

3. Kontinuitas energi yang disimpan

Komponen-komponen listrik ada yang dapat menyimpan energi dan ada pula yang mendisipasi. Komponen induktor berkemampuan menyimpan energi dalam bentuk muatan yang bergerak (medan magnet). Sedangkan kapasitor dapat menyimpan energi pada muatan yang diam (medan listrik) dan resistor adalah komponen yang mendisipasi energi dalam bentuk panas.

Persamaan daya ditulis dalam bentuk

$$p = \frac{dw}{dt}$$

dari pernyataan ini, energi tidak dapat berubah seketika karena memerlukan daya yang tak berhingga (∞). Daya tak berhingga bertentangan dengan system fisik, jadi kita mendapatkan persyaratan energi yang disimpan merupakan fungsi yang kontinu dari waktu. Maka energi dalam induktansi ($\frac{1}{2} Li^2$), arus pada induktor tidak berubah seketika. Demikian pula energi pada kapasitor ($\frac{1}{2} cv^2$), v pada kapasitor tidak dapat berubah seketika sehingga berlaku syarat batas atau syarat mula :

$$i_L(0^-) = i_L(0^+)$$

$$V_c(0^-) = V_c(0^+)$$

Contoh :

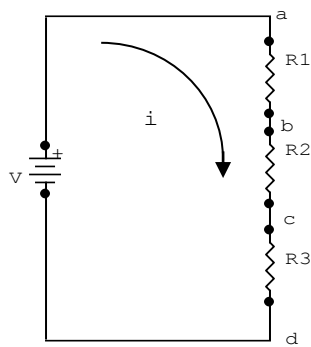
Pertemuan 4 & 5

Topik Bahasan : Rangkaian komponen pasif linier

Tujuan pembelajaran umum : Mahasiswa dapat menguasai rangkaian komponen pasif linier

HUBUNGAN KOMPONEN PASIF LINIER

1. Hubungan seri



Komponen dihubungkan secara seri apabila mendapat aliran muatan (arus) yang sama dan tegangan (beda potensial) terbagi, sering disebut voltage divider. I pada R_1 , R_2 dan R_3 adalah sama dengan I . Sesuai dengan hukum kirchoff tentang tegangan (KVL)

$$-V + V_{ab} + V_{bc} + V_{cd} = 0$$

$$V = V_{ab} + V_{bc} + V_{cd}$$

$$I = I_{(R1)} = I_{(R2)} = I_{(R3)}$$

$$V = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3$$

$$V = I (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$\frac{V}{I} = R_1 + R_2 + R_3$$

Jadi

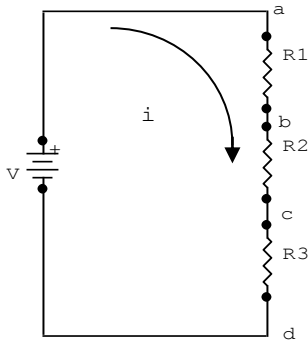
$$\mathbf{R_{total} = R_1 + R_2 + R_3}$$

Maka untuk rangkaian seri n buah resistor

$$\mathbf{R_{total} = \sum_{n=1}^n R_n}$$

Voltage Divider (Pembagi Tegangan)

Seperti dijelaskan sebelumnya bahwa pada hubungan seri memiliki arus yang sama. Maka pada hubungan seri yang terbagi adalah besarnya tegangan yang dapat ditunjukkan pada gambar dibawah ini :



$$V = I(R_1 + R_2 + R_3)$$

$$I = \frac{V}{(R_1 + R_2 + R_3)}$$

$$V_{cd} = I \cdot R_3$$

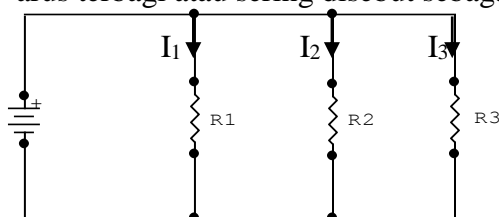
$$V_{cd} = \frac{V}{(R_1 + R_2 + R_3)} \cdot R_3$$

$$V_{cd} = \frac{R_3}{(R_1 + R_2 + R_3)} \cdot V$$

$$V_{bc} = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \cdot V$$

2. Hubungan paralel

Rangkaian dihubungkan paralel apabila mendapat beda potensial yang sama dan arus terbagi atau sering disebut sebagai current divider.



Rangkaian paralel mempunyai tegangan yang sama

$$V = V(R_1) = V(R_2) = V(R_3)$$

Hukum Kirchoff tentang Arus (KCL)

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

$$\frac{I}{V} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

sehingga

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

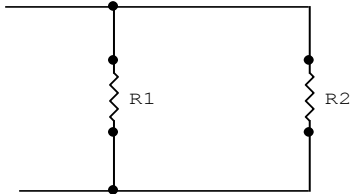
Maka $R_{\text{paralel}} \rightarrow \boxed{\frac{1}{R_{\text{total}}} = \sum_{n=1}^k \frac{1}{R_n}}$

Atau untuk rangkaian paralel

$$G_{\text{total}} = G_1 + G_2 + G_3$$

$$\boxed{G_{\text{total}} = \sum_{n=1}^k G_n}$$

Untuk dua buah resistor paralel berlaku



$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_t} = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2} + \frac{R_1}{R_1 \cdot R_2}$$

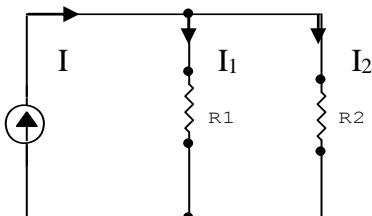
$$\frac{1}{R_t} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}$$

Sehingga

$$\boxed{R_t = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}$$

Rumus diatas tidak berlaku untuk resistor yang berjumlah lebih dari dua buah.

Current Deviden (Pembagi Arus)



Dari Hukum Kirchoff tentang arus

$$I = I_1 + I_2 \dots\dots\dots(1)$$

$$\left. \begin{array}{l} I_1 = I + I_2 \\ I_2 = I + I_1 \end{array} \right\} (2)$$

$$I_2 = I + I_1$$

$$V = I_1 R_1 = I_2 R_2$$

Jika disubstitusikan ke (2)

$$(I + I_2) R_1 = I_2 R_2$$

$$I \cdot R_1 - I_2 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$$

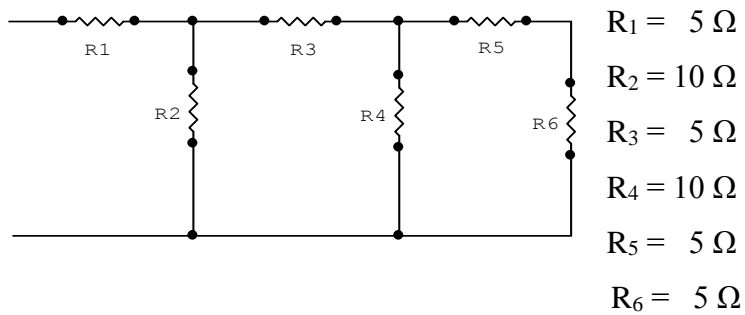
$$I \cdot R_1 = I_2 (R_1 + R_2)$$

$$I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$$

Dengan cara yang sama

$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

Contoh



Selesaikan (sederhanakan) dari belakang !

$$R_{\text{total}} = \{ \{ [(R_5 + R_6) // R_4] + R_3 \} // R_2 \} + R_1$$

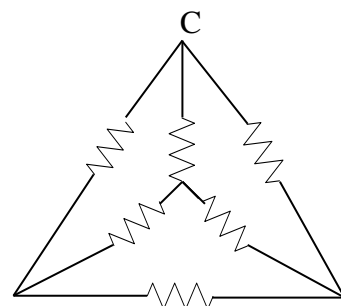
$$R_{\text{total}} = \{ \{ [(5 + 5) // 10] + 5 \} // 10 \} + 5$$

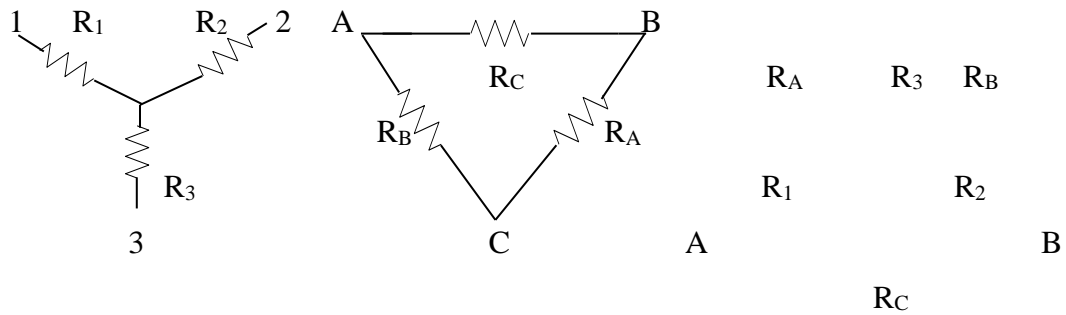
$$R_{\text{total}} = (5 + 5) // 10 + 5 = 10 \Omega$$

Jadi

$$R_{\text{total}} = 10 \Omega$$

3. Transformasi Y- ∇





Perhatikan gambar

$$R_{1-2} = R_{A-B}$$

$$R_{1-3} = R_{A-C}$$

$$R_{2-3} = R_{B-C}$$

$$R_{1-2} = R_1 + R_2 \rightarrow R_{A-B} = (R_A + R_B) // R_C$$

$$R_{1-3} = R_1 + R_3 \rightarrow R_{A-C} = (R_A + R_C) // R_B$$

$$R_{2-3} = R_2 + R_3 \rightarrow R_{B-C} = (R_B + R_C) // R_A$$

$$R_1 + R_2 = \frac{(R_A + R_B)R_C}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(R_A R_C + R_B R_C)}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_1 + R_3 = \frac{(R_A + R_C)R_B}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(R_A R_B + R_C R_B)}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_2 + R_3 = \frac{(R_B + R_C)R_A}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(R_B R_A + R_C R_A)}{R_A + R_B + R_C}$$

Dari persamaan diatas maka dapat disimpulkan bahwa :

$$R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C}$$

Sebaliknya apabila diketahui R_1 , R_2 , R_3 maka :

$$R_A = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_B = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2}$$

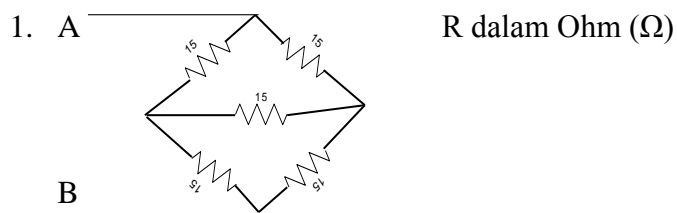
$$R_C = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3}$$

Catatan :

Untuk $R_V = \frac{\text{jumlah perkalian dua buah } RY \text{ yang berlainan}}{RY}$

Untuk $R_Y = \frac{\text{perkalian dua sisi } (R) \text{ yang mengapit}}{\text{Jumlah ketiga } R_V}$

Contoh-contoh :

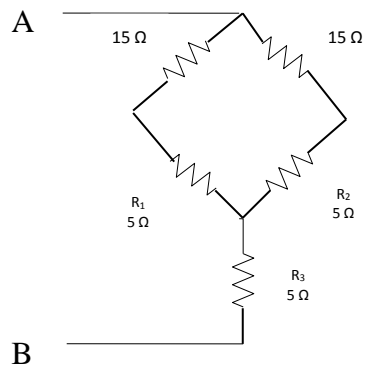


Berapa R_{A-B} ?

Jawaban :

Dari soal diatas kita harus mengubah R_V ke R_Y atau sebaliknya

Transformasi dari R_V ke R_Y :

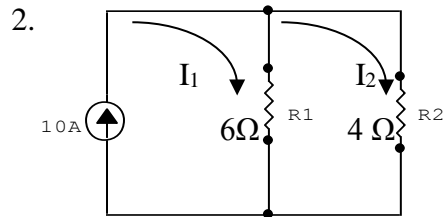


$R_1 = R_2 = R_3$ karena $R_A = R_B = R_C$

$$R_1 = \frac{15 \cdot 15}{15 + 15 + 15} = \frac{225}{45} = 5 \Omega$$

$$R_{A-B} = (15+5) // (15+5) + 5$$

$$= \frac{20 \cdot 20}{40} + 5 = 15 \Omega$$



$$I_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I$$

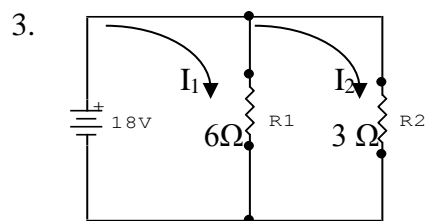
$$= \frac{4}{6 + 4} \cdot 10$$

$$= \frac{4}{10} \cdot 10 = 4 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot I$$

$$= \frac{6}{6 + 4} \cdot 10$$

$$= \frac{6}{10} \cdot 10 = 6 \text{ A}$$



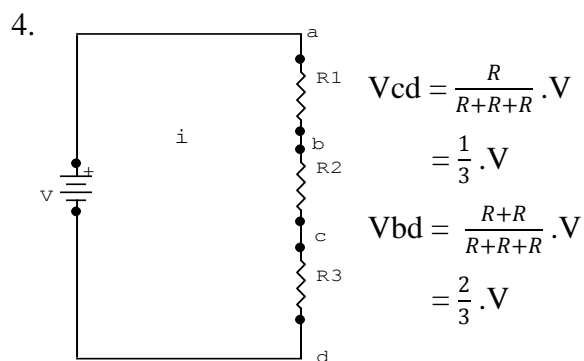
$$I_T = \frac{V}{R_T} = \frac{18}{3//6} = \frac{18}{2} = 9 \text{ A}$$

$$I_1 = \frac{3}{6 + 3} \cdot I$$

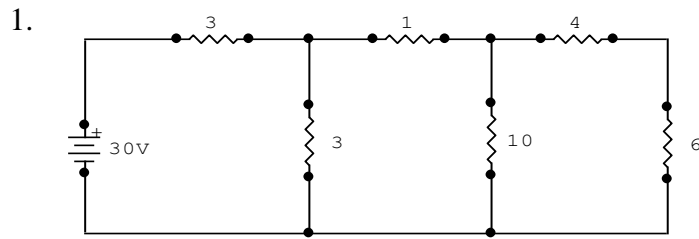
$$= \frac{3}{9} \cdot 9 = 3 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{6}{6 + 3} \cdot I$$

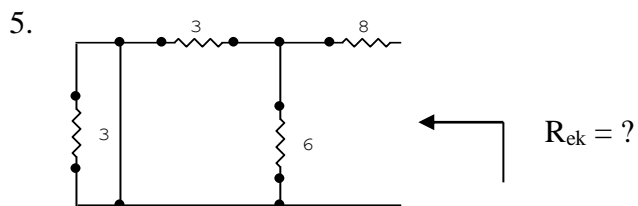
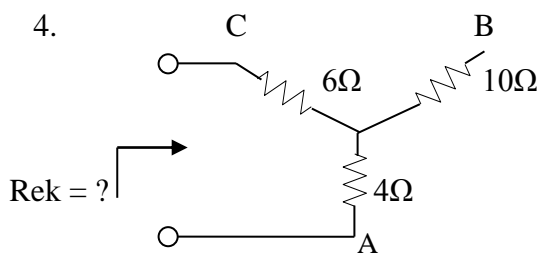
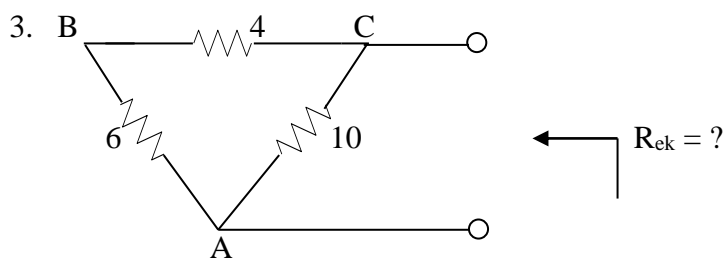
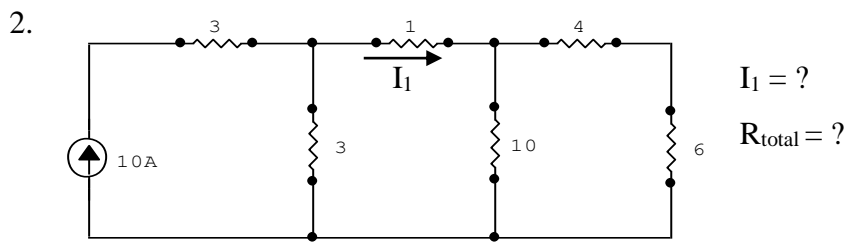
$$= \frac{6}{9} \cdot 9 = 6 \text{ A}$$



EVALUASI



Hitung R ekuivalen dan I



Pertemuan 6 & 7

Topik Bahasan : Metode Penyelesaian Rangkaian

Tujuan pembelajaran umum : Mahasiswa dapat menguasai metode-metode penyelesaian rangkaian

METODE PENYELESAIAN RANGKAIAN

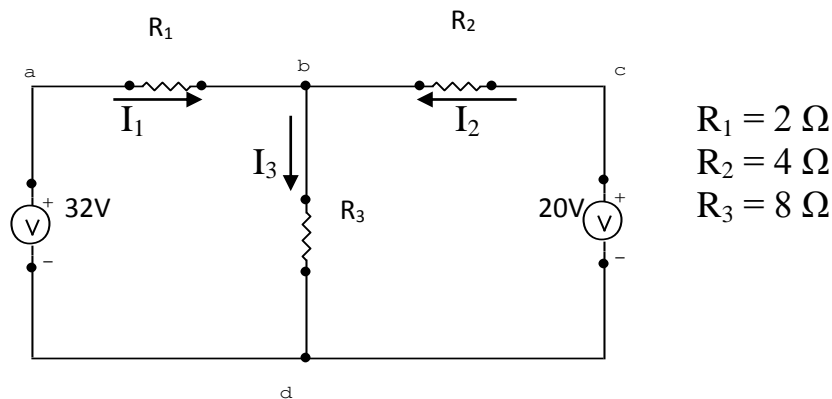
Metode Arus Cabang

Arus cabang adalah arus yang melalui cabang suatu rangkaian atau arus yang melalui suatu komponen rangkaian. Secara umum jumlah arus cabang sama dengan jumlah arus yang melalui komponen pasif linier dan sumber energi.

Cara penyelesaian perlu memperhatikan titik dan cabang

- Setiap titik diberi nama
- Perhatikan KCL (Kirchoff Current Law)
- Perhatikan KVL (Kirchoff Voltage Law)

Contoh soal :



$$\text{KCL di titik B} = I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$\text{KVL abda} = 2I_1 + 8I_3 = 32$$

$$\text{KVL bcda} = -4I_2 + 20 - 8I_3 = 0 \rightarrow 4I_2 + 8I_3 = 20$$

Dari ketiga persamaan diatas bisa didapat I_1 , I_2 , I_3 dengan cara determinan matriks atau dengan persamaan aljabar biasa

Dengan cara determinan :

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 8 \\ 0 & 4 & 8 \end{bmatrix} = 1(-32) - 1(16) - 1(8) = -4856$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 32 & 0 & 8 \\ 20 & 4 & 8 \end{bmatrix} = -1(12.8) - 1(32.4) = -224$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 32 & 8 \\ 0 & 20 & 8 \end{bmatrix} = 1(32.8 - 20.8) - 1(40) \\ = 12.8 - 40 = 56$$

$$D_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 32 \\ 0 & 4 & 20 \end{bmatrix} = 1(-4.32 - 20.8) - 1(40) = -168$$

$$I_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-224}{-56} \\ = 4$$

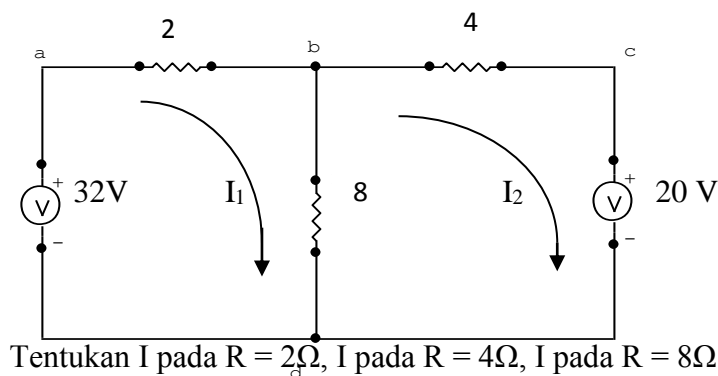
$$I_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{56}{-56} \\ = -1$$

$$I_3 = \frac{D_3}{D} = \frac{-168}{-56} \\ = 3$$

Metode Arus Loop

Cara menghitung dengan memperhatikan arus yang mengalir tiap-tiap cabang dinamakan metode arus cabang. Cara lain adalah metode arus loop, arus loop adalah arus yang dimisalkan ada, tetapi dalam kenyataan hanya digunakan dalam perhitungan.

Contoh :



Karena rangkaian diatas hanya terdapat 2 loop yaitu loop abda dan loop cbdc maka penyelesaian rangkaian hanya memerlukan 2 persamaan. Pemilihan loop bebas tetapi dengan syarat semua komponen harus dilewati arus loop.

Penyelesaian soal diatas :

$$1. \text{ Loop abda} \quad : 2I_1 + 8I_1 + 8I_2 = 32$$

$$10I_1 - 8I_2 = 32 \dots \dots \dots (1)$$

$$2. \text{ Loop cbdc} \quad : 4I_2 + 20 + 8I_2 - 8I_1 = 0$$

$$-8I_1 + 12I_2 = -20 \dots \dots \dots (2)$$

Dengan determinan

$$D = \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} = 120 - 64 = 56$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 32 & -8 \\ -20 & 12 \end{bmatrix} = 384 - 160 = 224$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 10 & 32 \\ -8 & -20 \end{bmatrix} = -200 + 256 = 56$$

$$I_1 = \frac{224}{56} = 4 \text{ A}$$

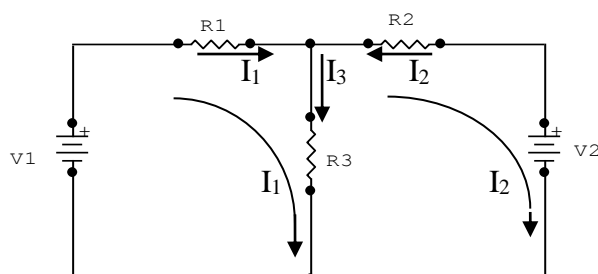
$$I_2 = \frac{56}{56} = 1 \text{ A}$$

$$I_3 = I_1 - I_2$$

$$= 4 - 1$$

$$= 3 \text{ A}$$

Hubungan arus loop dengan arus cabang

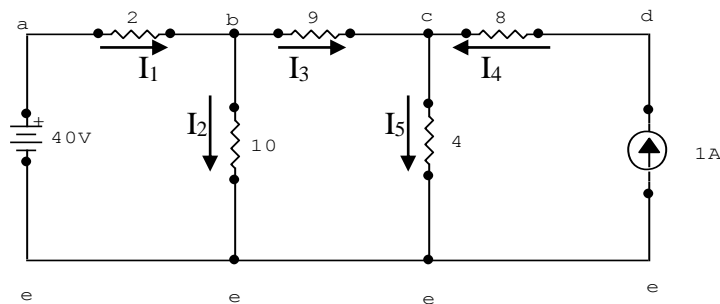


$$I_1 \text{ loop} = I_1 \text{ cabang}$$

$$I_2 \text{ loop} = I_2 \text{ cabang}$$

$$I_3 \text{ cabang} = I_1 \text{ loop} - I_2 \text{ loop}$$

Bandingkan penyelesaian soal dibawah ini menggunakan arus cabang dan arus loop :



Menggunakan metode arus cabang

$$1. \text{ KCL di b } \rightarrow I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$2. \text{ KCL di c } \rightarrow I_4 - I_5 + I_3 = 0$$

$$I_3 = I_1 - I_2$$

$$I_3 = I_5 - I_4$$

$$I_4 = 1 \text{ A}$$

$$I_1 - I_2 - (I_5 - I_4) = 0$$

$$I_1 - I_2 - I_5 = 1 \dots\dots\dots(\text{I})$$

Dari loop (KVL abea)

$$2I_1 + 10 I_2 = 40 \dots\dots\dots(\text{II})$$

Dari KVL bceb

$$9I_3 + 4I_5 - 10I_2 = 0$$

$$9(I_1 - I_2) + 4I_5 = 0$$

$$9I_1 - 9 I_2 + 4I_5 = 0 \dots\dots\dots(\text{III})$$

Jadi didapat tiga persamaan

$$I_1 - I_2 - I_5 = 1 \dots\dots\dots(\text{I})$$

$$2I_1 + 10 I_2 = 40 \dots\dots\dots(\text{II})$$

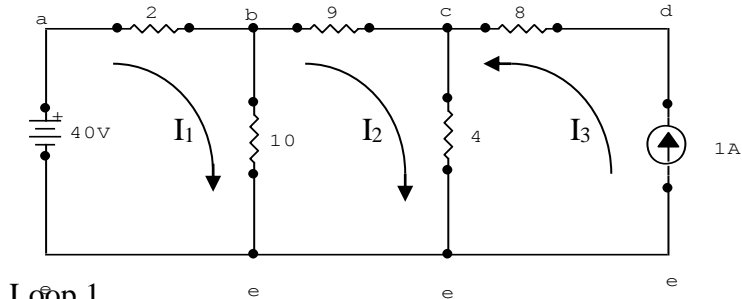
$$9I_1 - 9 I_2 + 4I_5 = 0 \dots\dots\dots(\text{III})$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 10 & 0 \\ 9 & -9 & 4 \end{bmatrix} = 40 + 8 + 126 = 176$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 10 & 0 \\ 9 & -9 & 4 \end{bmatrix} = 160 + 8 + 360 = 528$$

$$I_2 = I \text{ pada } R = 10 \Omega = \frac{528}{176} = 3 \text{ A}$$

Menggunakan metode arus loop



Loop 1

$$2I_1 + 10I_1 - 10I_2 = 40$$

$$12 I_1 - 10I_2 = 40 \dots\dots\dots(I)$$

Loop 2

$$9I_2 + 4I_2 + 4I_3 + 10I_2 - 10I_1 = 0$$

$$23 I_2 - 10 I_1 = - 4I_3$$

$$I_1 = \frac{D_1}{D}$$

$$D = \begin{bmatrix} 12 & -10 \\ -10 & 23 \end{bmatrix} = 276 - 100 = 176$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 40 & -10 \\ -4 & 23 \end{bmatrix} = 920 - 40 = 880$$

$$I_1 = \frac{880}{176} = 5 \text{ A}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 12 & 40 \\ -10 & -4 \end{bmatrix} = - 48 + 400 = 352$$

$$I_2 = \frac{352}{176} = 2 \text{ A}$$

Ingat hubungan arus loop dengan arus cabang

$$I_3 = I_1 - I_2$$

$$I_3 = 5 - 2 = 3 \text{ A}$$

Metode Node Voltage

❖ Prinsip metode node voltage adalah aplikasi dari KCL dan Hukum Ohm

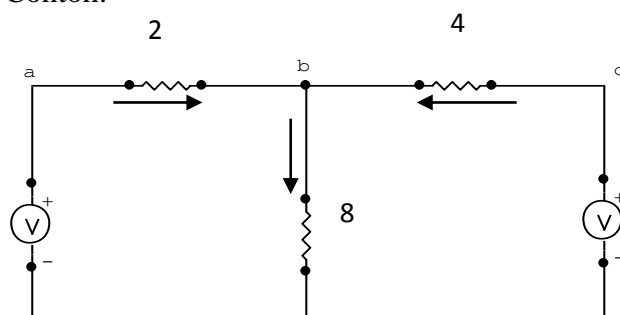
- ❖ Dasar penggunaan KCL adalah arus cabang
- ❖ Metode ini memerlukan jumlah persamaan lebih sedikit dibandingkan metode arus cabang, sehingga penyelesaiannya lebih singkat.

Dengan menggunakan metode arus loop kita dapat memperoleh persamaan yang diperlukan berkurang, ternyata dengan metode node voltage persamaan yang diperlukan dapat berkurang lagi.

Langkah-langkah :

1. Tentukan nama dan arah arus-arus cabang yang diperlukan
2. Tuliskan persamaan yang diperlukan dengan menggunakan:
 - KCL
 - Sifat – sifat komponen
 - TIDAK menggunakan KVL
3. Gunakan Hukum Ohm untuk menyatakan arus-arus dalam persamaan KCL tersebut
4. Pilih titik referensi (titik patokan), yaitu titik terhadapnya tegangan titik-titik lain dinyatakan (diukur)
 - Titik referensi dianggap mempunyai potensial 0 (nol)
 - Titik referensi biasanya dipilih ground/chasis/titik yang akan memudahkan perhitungan
5. Nyatakan tegangan-tegangan pada persamaan KCL terhadap referensi
6. Setelah terdapat persamaan, selesaikan persamaan tersebut

Contoh:



$$I_1 \quad I_3 \quad I_2$$

$$32V \quad \quad \quad 20$$



Pilihlah suatu titik sebagai patokan (referensi), sedemikian rupa sehingga tegangan-tegangan lain dapat dinyatakan besarnya terhadap patokan tersebut, dalam praktek beberapa komponen dihubungkan dengan chasis atau ground.

Dari soal diatas didapat :

d = ground

KCL di b $\rightarrow I_1 + I_2 - I_3 = 0$

Dalam soal ini hanya memerlukan satu persamaan

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$\frac{V_a - V_b}{2} + \frac{V_c - V_b}{4} - \frac{V_b - V_d}{8} = 0$$

$$\frac{32 - V_b}{2} + \frac{20 - V_b}{4} - \frac{V_b}{8} = 0, \quad \text{samakan penyebutnya ! (x8)}$$

$$4(32 - V_b) + 2(20 - V_b) - V_b = 0$$

$$128 - 4V_b + 40 - 2V_b - V_b = 0$$

$$-7V_b = -168$$

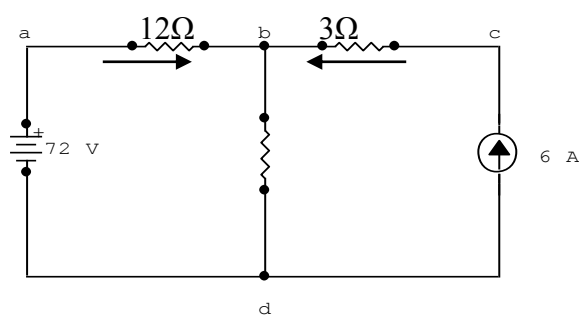
$$V_b = \frac{-168}{-7} = 24 \text{ Volt}$$

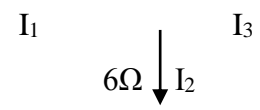
$$\text{Maka } I_1 = \frac{V_a - V_b}{2} = \frac{32 - 24}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_c - V_b}{4} = \frac{20 - 24}{4} = \frac{20 - 24}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_b - V_d}{8} = \frac{24}{8} = 3 \text{ A}$$

EVALUASI





Selesaikan soal diatas menggunakan 3 metode penyelesaian :

- a. Arus cabang
- b. Arus loop
- c. Node voltage

Pertemuan 8

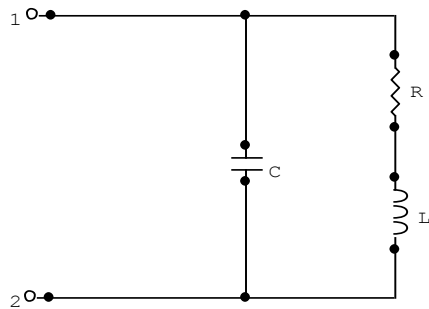
Topik Bahasan : Metode Penyelesaian Rangkaian

Tujuan pembelajaran umum : Mahasiswa dapat menguasai teorema superposisi dan thevenin pada rangkaian

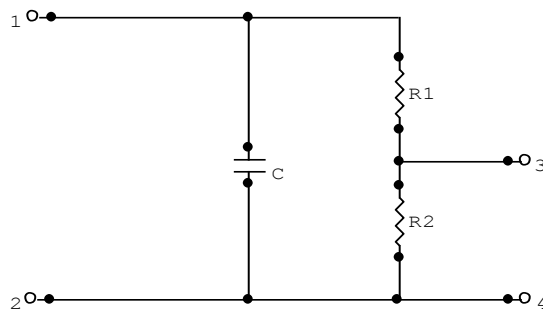
TEOREMA SUPERPOSISI DAN THEVENIN

Sebelum kita mempelajari teorema-teorema dalam rangkaian listrik, pelajari terlebih dahulu rangkaian-rangkaian dibawah ini:

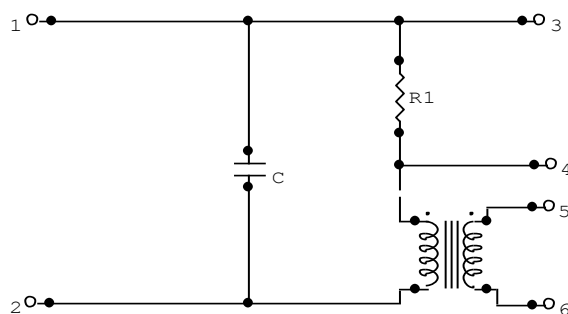
a. Rangkaian Kutub Dua



b. Rangkaian Kutub Empat



c. Rangkaian Kutub Banyak



Rangkaian Kutub Dua yang Ekuivalen

Dua buah rangkaian kutub dua adalah ekuivalen, jika mempunyai karakteristik tegangan dan arus yang sama (karakteristik V dan I) dengan kata lain :

Untuk rangkaian DC : resistansi input kedua kutub dua itu sama

Untuk rangkaian AC : impedansi input kedua kutub dua itu sama

(catatan : biasanya duah buah kutub ekuivalen hanya mempunyai satu frekuensi)

Teorema bukan hukum, *teorema hanya berlaku untuk suatu keadaan/kondisi tertentu saja sedangkan hukum berlaku secara umum*. Dalam mempelajari teorema perhatikan :

- Bunyi teorema
- Kondisi yang dipenuhi agar teorema berlaku

1. Teorema Superposisi

Teorema superposisi berlaku untu sistem-sistem linier, tidak terbatas untuk rangkaian listrik tetapi juga sistem mekanik dsb. Superposisi sama dengan penjumlahan. Jika sebab dan akibat mempunyai hubungan linier, maka akibat sejumlah sebab yang bekerja bersama-sama, sama dengan jumlah akibat jika masing-masing sebab bekerja sendiri-sendiri. Dalam rangkaian listrik hanya ada 2 besaran utama, yaitu tegangan dan arus, sehingga jika sebab adalah tegangan, maka akibat adalah arus dan sebaliknya.

Jadi dalam rangkaian listrik :

Sebab : sumber arus dan atau sumber tegangan

Akibat : tegangan atau arus

Daya (perkalian tegangan dan arus untuk rangkaian DC)

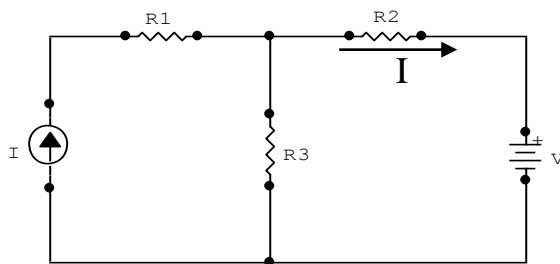
Sebab dan akibat mempunyai hubungan linier pada elemen-elemen linier atau R, L, C.

Pada rangkaian listrik :

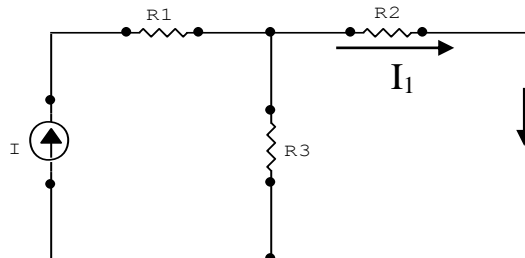
“Akibat dari bekerjanya beberapa sumber energi pada komponen pasif linier sama dengan akibat dari masing-masing sumber bekerjanya sendiri sumber yang tidak bekerja dapat digantikan dengan hambatan dalamnya. “

Secara sederhana dapat disimpulkan:

- Sumber arus diganti dengan tahanan dalamnya ($R_d = \infty$), yakni Open Circuit/sumber arus dihilangkan
- Sumber tegangan diganti dengan tahanan dalamnya ($R_d = 0$), Short Circuit/dihubung singkat



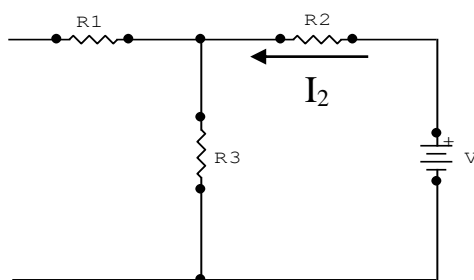
Rangkaian diatas mempunyai dua sumber energi yaitu sumber arus dan sumber tegangan. Menurut teorema superposisi, I diakibatkan oleh dua sumber yang saling meniadakan dapat dijelaskan sebagai berikut:



I yang ditimbulkan oleh sumber pertama adalah :

$$I_1 = \frac{R_3}{R_2 + R_3} I$$

$$I_2 = \frac{V}{R_2 + R_3}$$



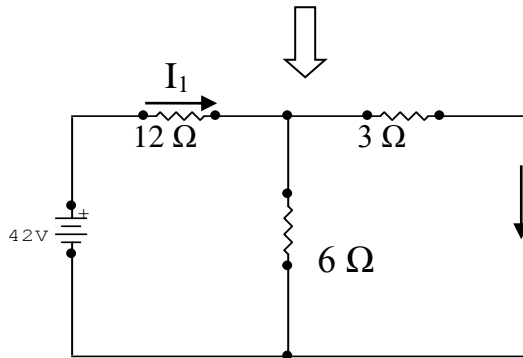
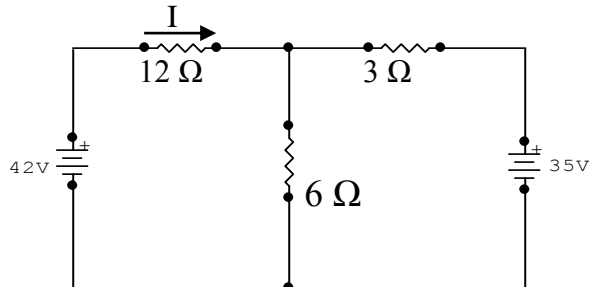
Jadi

$$I(n) = I_2 - I_1$$

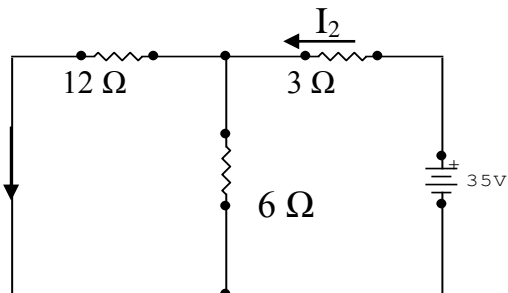
$$= \frac{R_3}{R_2 + R_3} \cdot I - \frac{V}{R_2 + R_3}$$

$$= \frac{I R_3 - V}{R_2 + R_3}$$

Contoh :



dan



$$I_1 = \frac{42}{12 + 6/3} = \frac{42}{14} = 3 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{6}{18} \cdot \frac{35}{7} = \frac{5}{3} \text{ A}$$

$$I_n = I_1 - I_2 = 3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3} \text{ A}$$

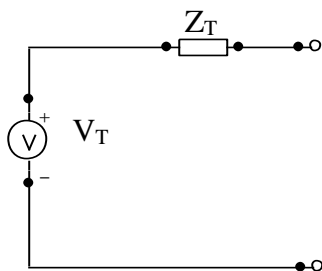
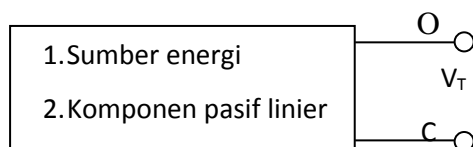
2. Teorema Thevenin

Bila beban dilepas, maka setiap rangkaian kutub dua yang terdiri dari sumber energi dan komponen pasif linier selalu dapat digantikan dengan sebuah rangkaian seri yang terdiri dari sebuah sumber tegangan ideal (V_T) dan impedansi (Z_T) (untuk DC, resistansi R_T). Dimana V_T adalah besarnya tegangan Open Circuit dan R_T adalah hasil bagi V_T dengan arus short circuit.

Catatan :

Z_T bisa langsung dihitung menggunakan konsep Req yang dilihat dari sumber energi V_T

Untuk jelasnya :



$$V_T = V_{OC}$$

$$Z_T \text{ atau } R_T = \frac{V_{OC}}{I_{SC}}$$

Dimana

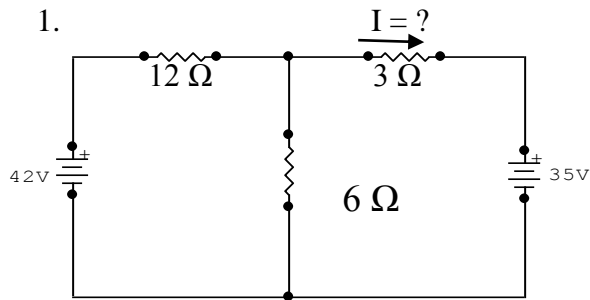
V_T = Tegangan Thevenin

Z_T = Impedansi Thevenin

V_{OC} = Tegangan Open Circuit

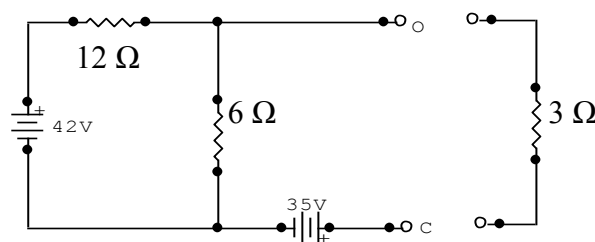
I_{SC} = Arus Short Circuit

Contoh:



Penyelesaian

1. $R = 3\Omega$ dilepas
2. $V_{OC} \rightarrow$ tegangan pada kutub dua dimana R nya dilepas sama V_T
3. R_T dilihat dari sumber V_T dimana sumber awal (42V dan 35V dihubung singkat)
4. $I(3\Omega)$ yang kita cari adalah : $I = \frac{V_T}{R_T + R}$



Disini kita mempunyai kutub dua (O - C) dimana besarnya OC dilihat dari KVL

$$\sum V = 0$$

$$V_{OC} + 35 - R \cdot \frac{V}{R_{eq}} = 0$$

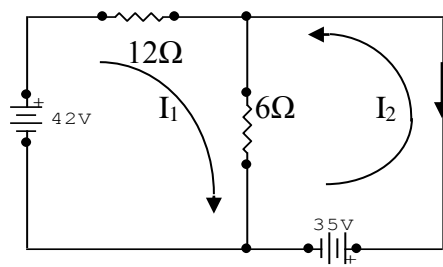
$$V_{OC} + 35 - 6 \cdot \frac{42}{18} = 0$$

$$V_{OC} = -35 + 14$$

$$V_{OC} = V_T = -21 \text{ Volt}$$

Menurut thevenin, rangkaian kutub dua diatas dapat diganti V_T dan R_T yang dihubungkan seri.

Mencari R_T pada soal diatas



$$-42 + 12 I_1 + 6 I_1 + 6 I_2 = 0$$

$$18 I_1 + 6 I_2 = 42 \quad \text{disederhanakan (dibagi 6)}$$

$$6 I_1 + 2 I_2 = 14 \dots\dots\dots(1)$$

$$-35 + 6 I_2 + 6 I_1 = 0$$

$$6 I_1 + 6 I_2 = 35 \dots\dots\dots(2)$$

$$6 I_1 + 2 I_2 = 14$$

$$\underline{6 I_1 + 6 I_2 = 35} \quad -$$

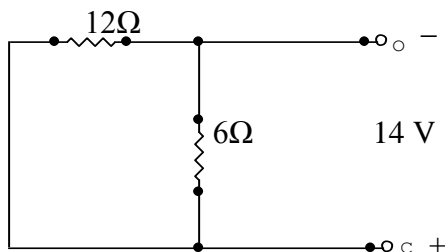
$$-4 I_2 = -21$$

$$I_2 = \frac{21}{4}$$

Maka

$$R_T = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = \frac{21}{\frac{21}{4}} = 4 \Omega$$

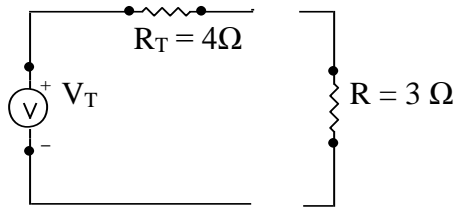
Atau dengan cara lain, untuk sumber independen dapat dicari dengan mengganti semua sumber dengan tahanan dalamnya dan mencari impedansi total dilihat dari Open Circuit (OC). Impedansi total tersebut adalah impedansi thevenin seperti dapat dilihat pada contoh dibawah ini :



Rekuivalen disini = $R_{Thevenin}$

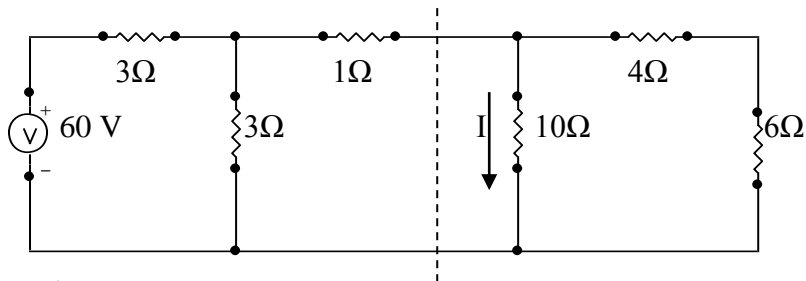
$$R_T = 12 // 6 = 4$$

Rangkaian diatas dapat diganti oleh rangkaian thevenin sbb:

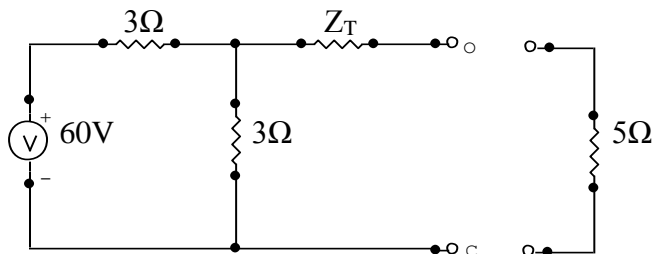


$$I = \frac{V_T}{R_T + 3} = \frac{-21}{4+3} = \frac{-21}{7} = -3A$$

2.

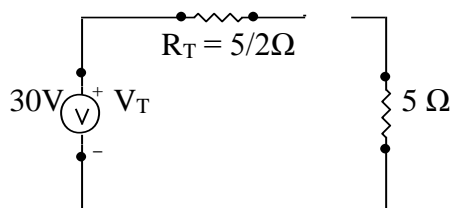


$I(10\Omega) = ??$



$R_T = 1 + 3 // 3 = 5/2 \Omega$ (dilihat dari sumber V_{OC} dan 60V diganti dengan hambatan dalamnya)

$$V_T = R \cdot I = 3 \cdot \frac{60}{6} = 30 \text{ V}$$



$$I_T = \frac{V_T}{R_T + 5} = \frac{30}{7,5} = 4 \text{ A}$$

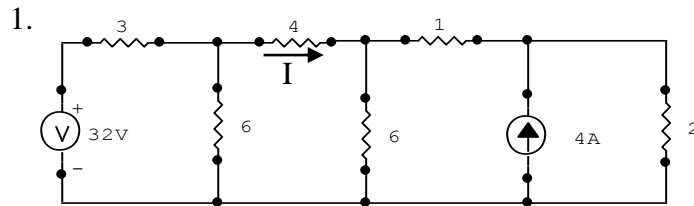
$I_T = 4 \text{ A}$

Sedangkan yang diminta $I(10\Omega)$, maka terjadi pembagian arus :

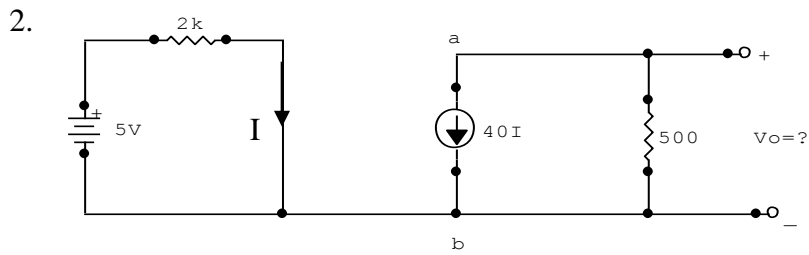
$$I(10\Omega) = \frac{10}{10+10} \cdot 4A = 2A$$

(lihat gambar pertama)

EVALUASI



Cari I pada $R=4\Omega$



Cari V_o !

Pertemuan 9

Topik Bahasan : Metode Penyelesaian Rangkaian

Tujuan pembelajaran umum : Mahasiswa dapat menguasai theorema Northon dan hubungan dengan Thevenin

TEOREMA NORTHON DAN HUBUNGAN DENGAN THEVENIN

TEOREMA NORTHON

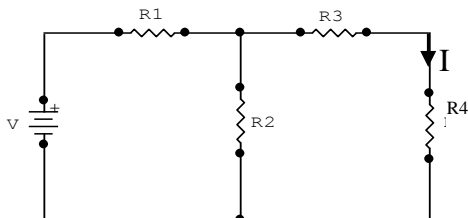
Pada setiap kutub dua yang terdiri dari sumber energi dan komponen pasif linier selalu dapat digantikan dengan suatu rangkaian yang terdiri dari sumber arus ideal (I_N) dan impedansi Z_N atau R_N untuk DC.

Dimana $I_N = I_{SC}$ dan $G_N = \frac{I_{SC}}{V_{OC}}$

Kita dapat mengganti G_N dengan :

$$R_N = \frac{1}{G_N} = \frac{V_{OC}}{I_{SC}} = R_T$$

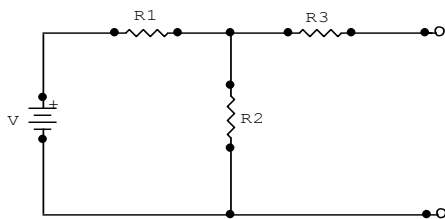
Contoh :



Cari rangkaian pengganti Northon di R4!

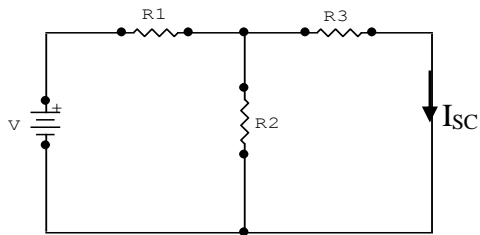
Langkah-langkah penyelesaian :

1. R4 dilepas sehingga menjadi open circuit



Cari V_{OC} dari rangkaian diatas yakni $\frac{R_2}{R_1} \cdot V$

2. Rangkaian diatas dihubung singkat



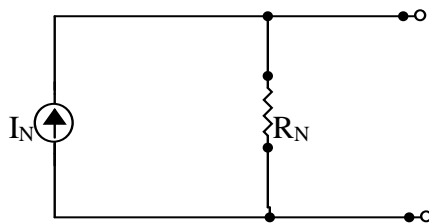
Hitung ISC dari rangkaian diatas !

$$I_{SC} = I_{Northon} = I_N$$

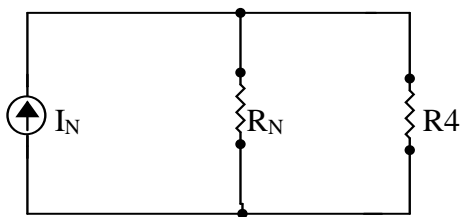
3. Untuk mendapatkan RN dicari dengan cara

$$R_N = \frac{V_{OC}}{I_{SC}} = \frac{V_{OC}}{I_N} = R_T$$

4. Rangkaian pengganti Northon adalah sbb :



Untuk mendapatkan arus pada R4 maka R4 dipasang pada rangkaian Northon diatas sebagai berikut :



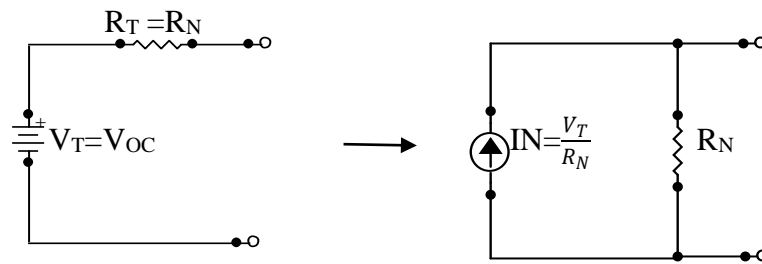
$$\text{Maka } I(R_4) = \frac{R_N}{R_N + R_4} I_N$$

HUBUNGAN TEOREMA NORTHON DAN THEVENIN

Dari uraian diatas didapat bahwa $I_N = \frac{V_T}{R_T}$ atau $V_T = I_N \cdot R_T$

$$\text{Dan } R_N = R_T$$

Maka dapat disimpulkan hubungan rangkaian Thevenin dan Northon sebagai berikut :

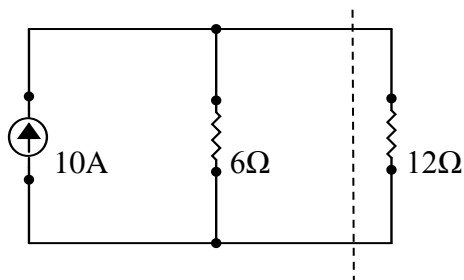


Rangkaian Pengganti Thevenin

Rangkaian Pengganti Northon

Secara umum rangkaian seri antara sumber tegangan (V) dan impedansi (Z) dapat diganti menjadi sumber arus sebesar $\frac{V}{Z}$ paralel dengan Z atau sebaliknya sumber arus (I) yang paralel dengan impedansi (Z) dapat diganti menjadi sumber tegangan (V) = $I \cdot Z$ seri dengan impedansi (Z).

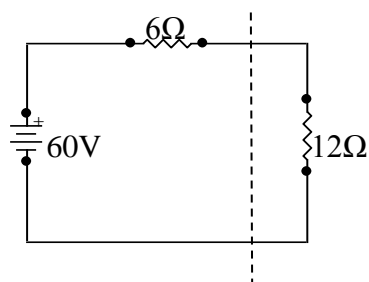
Contoh :



Keterangan

$$I(12) = \frac{6}{18} \cdot 10 = \frac{60}{18} \text{ A}$$

Rangkaian diatas dapat diganti menjadi :

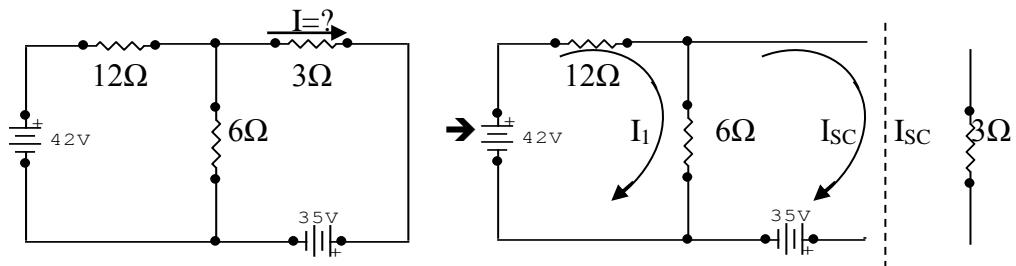


Keterangan :

$$V = 10 \cdot 6 = 60 \text{ V}$$

$$I(12) = \frac{60}{18} \text{ A}$$

Contoh 2 :



Cara pemecahan :

1. Lepas komponen pasif linier yang diminta arusnya (yang dilewati arus yang kita cari)
2. Cari $I_{SC} \rightarrow I_{SC} = I_N$
3. $Z_N = Z_T$ yaitu impedansi dilihat dari sumber (I_N)
4. I_N dan Z_N merupakan hubungan parallel
5. I yang dicari $I = \frac{R_N}{R_N + R} I_N$

$I_{SC} = ?$

$$12 I_1 + 6 I_1 - 6 I_{SC} = 42$$

$$35 + 6 I_{SC} - 6 I_1 = 0$$

$$18 I_1 - 6 I_{SC} = 42 \dots (1)$$

$$-6 I_1 - 6 I_{SC} = 35 \dots (2)$$

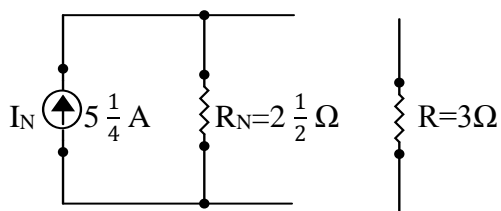
$$18 I_1 - 6 I_{SC} = 42$$

$$\underline{-18 I_1 - 18 I_{SC} = 105}$$

$$18 I_{SC} = -63$$

$$I_{SC} = \frac{-63}{18} = -5 \frac{1}{4} \text{ A}$$

$$R_N = 6 // 12 = 4 \Omega$$

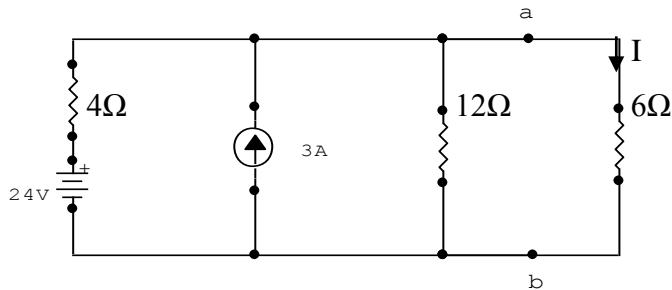


$$I = \frac{R_N}{R_N + R} I_N$$

$$= \frac{4}{4+3} \cdot -5 \frac{1}{4}$$

$$= \frac{4}{7} \cdot \frac{-21}{4} = 3 \text{ A}$$

Contoh :



Hitung I dengan Teorema Northon !

Identifikasi :

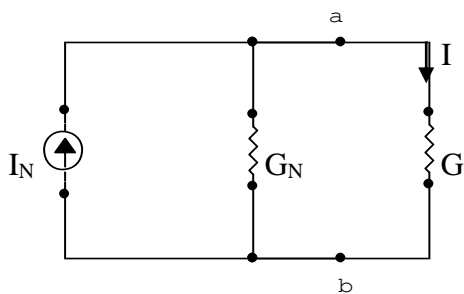
Teorema Northon → berlaku untuk rangkaian kutub 2 yang memenuhi syarat tertentu

Ekuivalen Northon : I_N parallel G_N atau

I_N parallel R_N

Rencana :

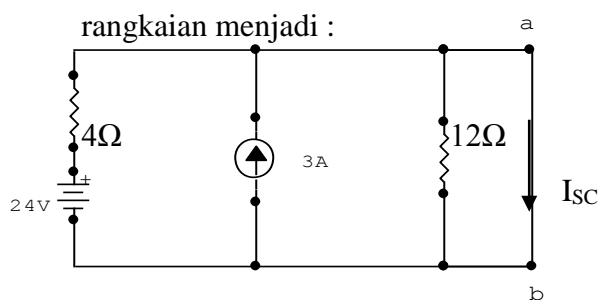
Ekuivalen Northon :

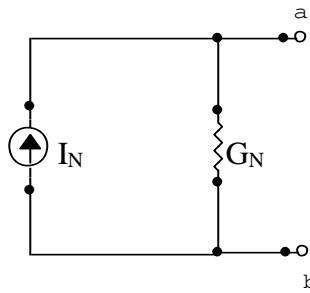


$$I_N = I_{SC} \text{ dan } G_N = \frac{1}{R_N} = \frac{1}{R_T}$$

Penyelesaian :

1. Untuk memperoleh kutub 2, beban ($R = 6\Omega$) harus dibuka sehingga





Dengan teorema superposisi :

$$2. \text{ISC} = \frac{24}{4} + 3 = 9 \text{ A}$$

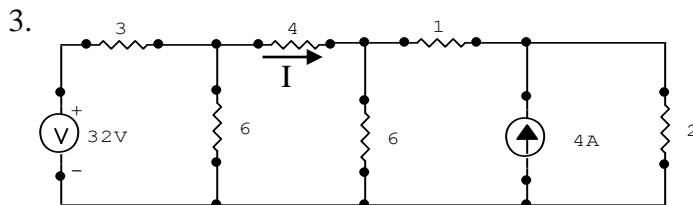
$$G_N = \frac{1}{R_N} = \frac{1}{R_T}; R_T = 4 // 12 = 3 \Omega$$

$$3. I = \frac{G}{G+G_N} \cdot I = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{3}} \cdot 9 = 3 \text{ A}$$

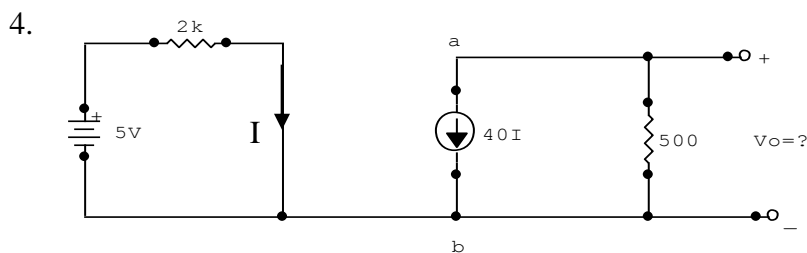
Atau

$$I = \frac{R_N}{R+R_N} \cdot I = \frac{6}{6+3} \cdot 9 = 3 \text{ A}$$

EVALUASI



Buat rangkaian Northon nya dan cari arus di $R = 4 \Omega$



Buat rangkaian Northon nya dan cari tegangan V_o

Pertemuan 10

Topik Bahasan : Teorema Resiprositas dan Kompensasi

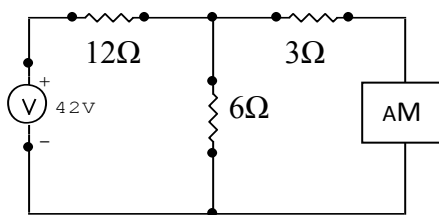
Tujuan pembelajaran umum : Mahasiswa dapat memahami Teorema Resiprositas dan Kompensasi

TEOREMA RESIPROSITAS DAN KOMPENSASI

1. TEOREMA RESIPROSITAS

Pada suatu rangkaian pasif linier apabila tegangan (V) diberikan pada cabang satu menyebabkan arus mengalir pada cabang dua sebesar nA maka apabila tegangan disimpan pada cabang dua maka arus akan mengalir pada cabang satu sebesar nA pula.

Contoh :



Pada peristiwa diatas Ampere Meter (AM) menunjukkan :

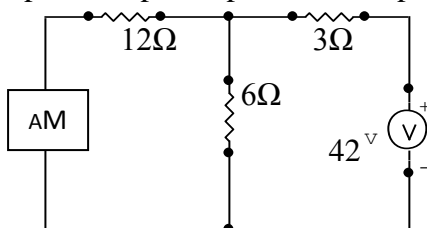
$$R_T = (6/3) + 12 = 14\Omega$$

$$I_T = \frac{42}{14} = 3A$$

Maka arus yang mengalir pada Ampere Meter (AM) pada posisi diatas adalah :

$$\begin{aligned} I_{AM} &= \frac{6}{6+3} \cdot I_T \\ &= \frac{6}{9} \cdot 3 = 2 A \end{aligned}$$

Posisi kedua ampere meter ditempatkan pada sumber dan sumber ditempatkan pada tempat ampere meter seperti pada gambar berikut :



$$R_T = (12//6) + 3$$

$$= 7\Omega$$

$$I_T = \frac{42}{7} = 6A$$

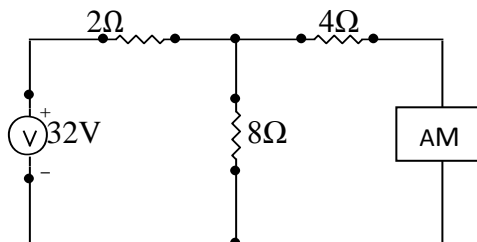
Sehingga arus yang mengalir pada Ampere Meter pada kondisi kedua adalah :

$$I_{AM} = \frac{6}{6+12} \cdot I_T$$

$$= \frac{6}{18} \cdot 6$$

$$= 2 A$$

Contoh :



Pada kondisi ini :

$$R_T = (8//4) + 2$$

$$= \frac{8}{3} + 2$$

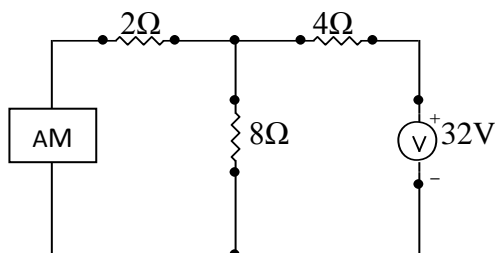
$$= \frac{14}{3} \Omega$$

$$I_T = \frac{32}{\frac{14}{3}} = \frac{96}{14} = \frac{48}{7}$$

$$I_{AM} = \frac{8}{12} \cdot \frac{48}{7}$$

$$= \frac{32}{7} A$$

Pada kondisi kedua Ampere Meter (AM) ditukar posisi dengan sumber tegangan seperti gambar berikut :



$$R_T = (2//8) + 4$$

$$= \frac{16}{10} + 4$$

$$= \frac{56}{10} \Omega$$

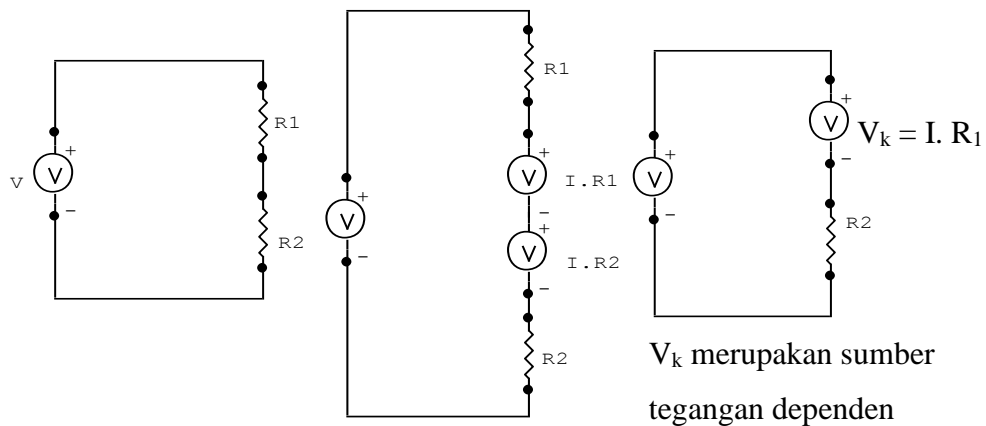
$$I_T = \frac{32}{\frac{56}{10}} = \frac{320}{56} = \frac{40}{7}$$

$$I_{AM} = \frac{8}{10} \cdot \frac{40}{7}$$

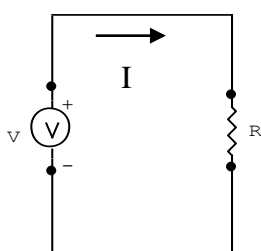
$$= \frac{32}{7} \text{ A}$$

2. TEOREMA KOMPENSASI

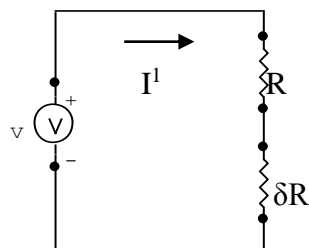
Pada R yang dialiri arus sebesar I dapat diganti dengan sumber tegangan sebesar $I \cdot R$ dengan hambatan dalam R



Penggunaan teorema ini biasanya pada koreksi pembacaan volt meter atau ampere meter.



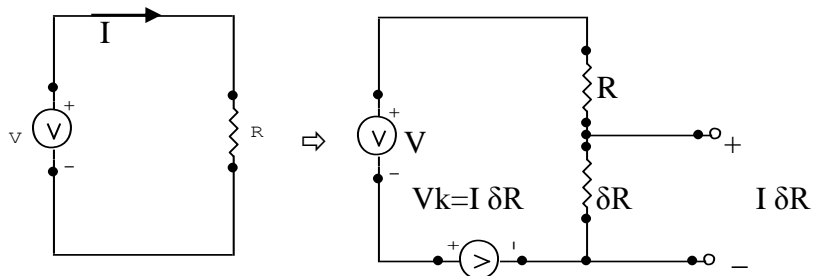
Gambar 1



Gambar 2

Akibat pembagian sebesar δR , arus yang melalui R juga akan berubah dari I menjadi I'

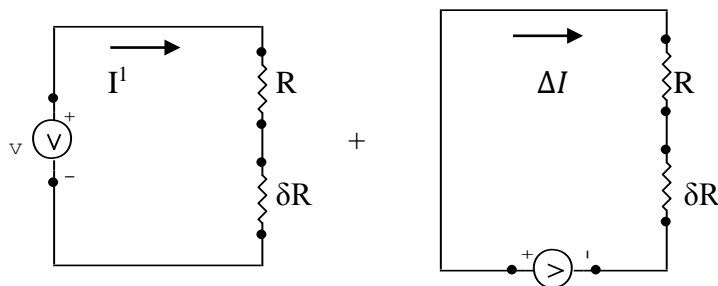
Kita dapat menurunkan keadaan tersebut sebagai berikut :



Gambar 3

Agar arus melalui R tetap sebesar I , sedangkan R berubah dengan δR , harus diberikan tegangan kompensasi sebesar $V_k = I \delta R$

Menurut teorema superposisi rangkaian gambar 3 dapat diubah menjadi :



Jadi :

$$I = I^1 + \Delta I$$

Atau

$$I^1 = I - \Delta I$$

$$I^1 = I - \frac{I \delta R}{R + \delta R}$$

$$I^1 = I \frac{R}{R + \delta R}$$

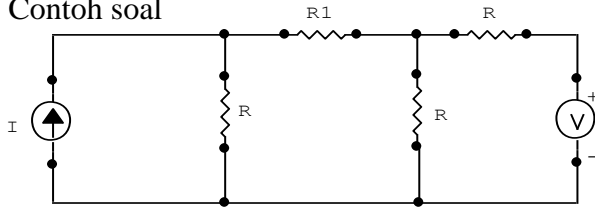
Secara matematis dapat diturunkan sebagai berikut :

$$I^1 = I \frac{V}{R + \delta R}$$

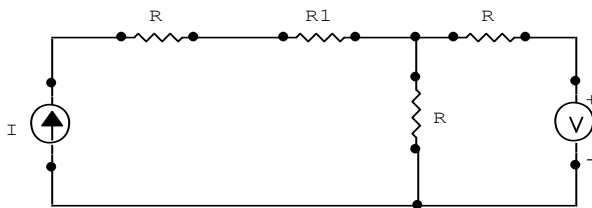
$$= \frac{\frac{V}{R} R}{R + \delta R}$$

$$= I \frac{R}{R + \delta R}$$

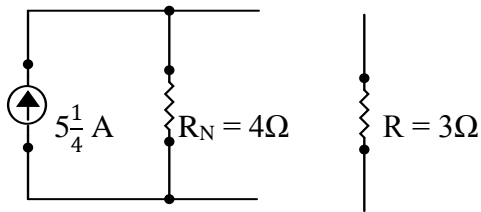
Contoh soal



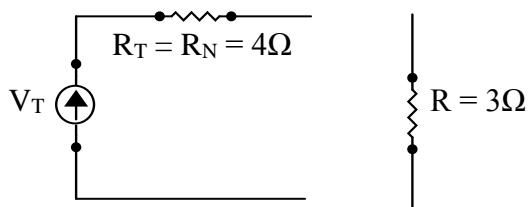
Perhatikan teorema northon dan thevenin bila kita akan menghasilkan rangkaian sebagai berikut :



Pembuktian :

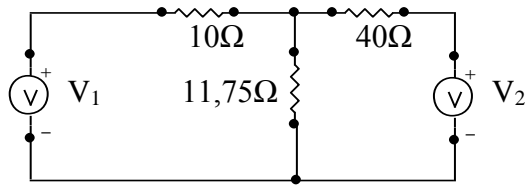


$$\begin{aligned} I(3\Omega) &= \frac{R_N}{R_N+R} I_N \\ &= \frac{4}{4+3} \cdot 5 \frac{1}{4} = \frac{4}{7} \cdot \frac{21}{4} \\ &= \frac{21}{7} = 3 \text{ A} \end{aligned}$$



$$I(3\Omega) = \frac{V_T}{R_T+R} = \frac{21}{7} = 3 \text{ A}$$

EVALUASI



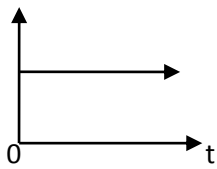
Diketahui arus melalui $R = 11,75 \Omega$ sebesar 2A. Hitung arus melalui R jika dipasang ampere meter dengan hambatan dalam sebesar $0,25 \Omega$!

Pertemuan 11

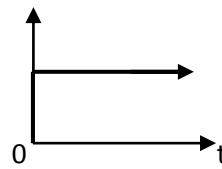
Topik Bahasan : Bentuk-bentuk gelombang

Tujuan pembelajaran umum : Mahasiswa dapat mengetahui dan merumuskan persamaan matematis bentuk-bentuk gelombang pada rangkaian listrik

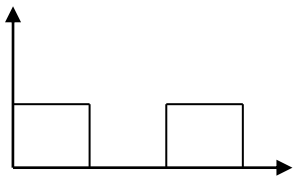
BENTUK – BENTUK GELOMBANG



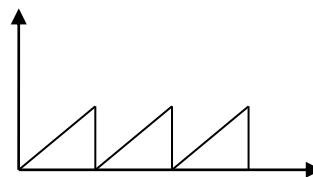
a. gelombang kontinu



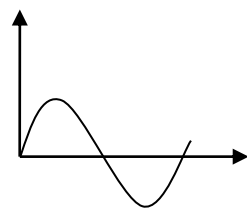
b. Step function



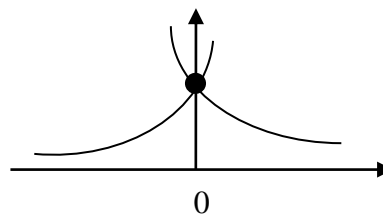
c. Pulsa



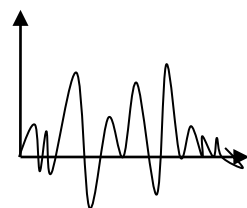
d. Gigi gergaji



e. Sinusoida



f. Eksponensial



g. Gelombang pembicaraan

- a. Gelombang kontinu (DC) dari suatu tegangan diperoleh dari baterai atau generator DC
- b. Step function diperoleh dari arus mengalir bila sebuah saklar ditutup secara tiba-tiba pada suatu rangkaian yang terdiri dari tegangan searah dan resistansi
- c. Suatu pulsa dihasilkan dari saklar yang dibuka-tutup (ON-OFF), contohnya output suatu radar terdiri dari pulsa-pulsa pendek dengan intensitas radiasi tinggi
- d. Sebuah gelombang gigi gergaji (saw tooth), naik secara linier dengan waktu, kemudian mulai lagi (reset). Tegangan demikian menyebabkan elektron beam bergerak berulang-ulang seperti pada layar tabung gambar TV (CRT = Cathode Ray Tube)
- e. Gelombang sinusoida dibangkitkan bila sebuah kumparan berputar dengan kecepatan tetap dalam medan magnet uniform
- f. Gelombang eksponensial dihasilkan dari pengisian dan pengisian kapasitor (charge & discharge). Gelombang eksponensial dibagi menjadi 2 yaitu build up dan decay (akan dijelaskan kemudian)
- g. Gelombang pembicaraan adalah bentuk gelombang yang kompleks, tetapi dapat dianalisa dengan gelombang eksponensial dan sinusoida

GELOMBANG SINUSOIDA

Gelombang sinusoida memiliki peranan penting dalam rekayasa listrik (electrical engineering), hal tersebut dikarenakan beberapa hal diantaranya :

- Banyak fenomena alam yang bersifat sinusoida misalnya proyeksi satelit ke bumi yang berotasi, getaran dawai gitar dsb.
- Mudah dibangkitkan
- Penting untuk transmisi daya, komunikasi dsb
- Turunan/derivative nya dan integralnya berbentuk sinusoida pula
- Respon mantap (steady state response) rangkaian linier terhadap sumber sinusoida, berbentuk sinusoida pula
- Konsep impedansi berlaku untuk gelombang AC

- Gelombang – gelombang periodik non sinusoida dapat dinyatakan dalam sejumlah sinusoida dengan deret Fourier dan gelombang-gelombang non periodik dengan transformasi Fourier

Rumus Umum :

$$a = A \cos (\omega t + \theta)$$

dimana

a = harga sesaat

A = Amplitudo (harga maksimum)

$\omega = 2\pi f$ atau $\frac{2\pi}{T}$ (kecepatan sudut)

θ = sudut phasa (rad/det)

Sinusoida dapat dinyatakan dalam bentuk cosinus atau sinus, karena cos dan sin pada dasarnya hanya berbeda 90° . Arus yang bergerak secara sinusoida dikatakan arus AC. Pada dasarnya gelombang sinusoida adalah sinus atau cosinus bisa diubah menjadi sinus yaitu :

$$\cos \varphi = \sin \left(\varphi + \frac{\pi}{2} \right)$$

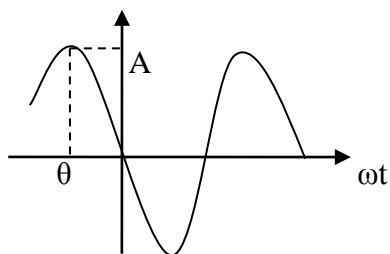
Secara grafik

Misal $\theta = -\omega t$

Maka $a = A \cdot \cos 0^\circ = A$

$$a = A$$

Pada $-\omega t = -\theta$



Karena harga sesaat suatu sinusoida berubah-ubah dari nilai maksimum positif menuju nol, kemudian ke nilai maksimum negatif lalu nol lagi dan berulang seterusnya maka arus atau tegangan yang demikian disebut Alternating Current (AC).

Macam-macam harga pada sinusoida :

$v(t)$ = harga sesaat

V_m = harga maksimum (amplitudo)

$2V_m$ = harga puncak ke puncak = V_{p-p} (harga peak to peak)

V = harga efektif = harga rms (root mean square) = $V_m/\sqrt{2} = 0,707 V_m$

$V_{rata-rata}$ = harga rata-rata, untuk suatu sinusoida ada harga rata-rata satu perioda adalah 0 (nol). Dan harga rata-rata setengah perioda (half cycle average) = $2V_m/\pi$

GELOMBANG PERIODIK DAN NON PERIODIK

Sebuah gelombang dikatakan periodik apabila memenuhi persamaan matematik sebagai beriku :

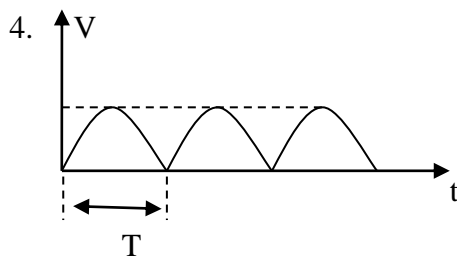
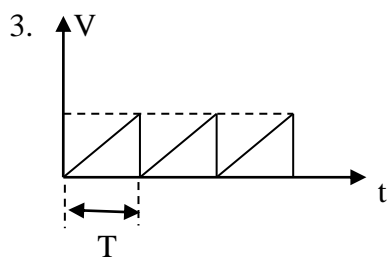
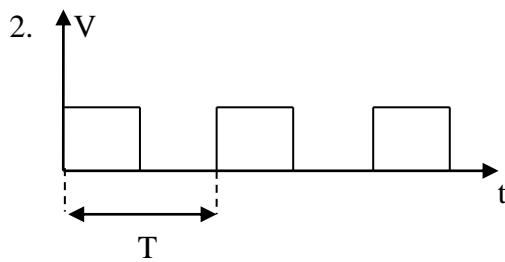
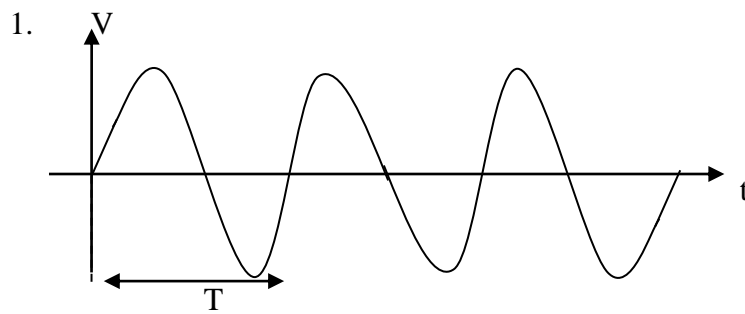
$$f(t) = f(t + T)$$

T = perioda (waktu yang diperlukan oleh sebuah gelombang untuk kembali ke bentuk semula)

Secara fisis gelombang dikatakan periodik apabila mengulangi bentuk ke bentuk semula setelah menghabiskan waktu satu perioda.

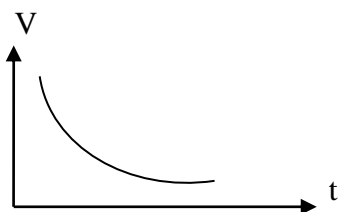
Gelombang yang tidak memenuhi syarat diatas disebut sebagai gelombang non periodik.

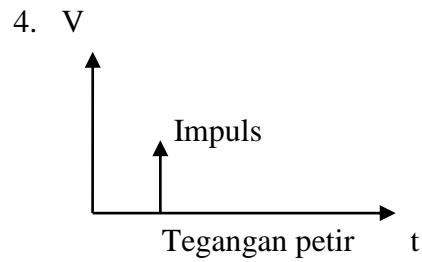
Contoh gelombang periodik:



Contoh non periodik :

3. Eksponensial





Contoh soal

Sebuah arus sinusoida dengan frekuensi 60 Hz mencapai harga maksimum pada $t = 2 \text{ ms}$, dimana harga maksimum = 20 A

Cari arus sebagai fungsi waktu !

Penyelesaian

$$a = A \cos(\omega t)$$

Maksimum berarti $\omega t + \theta = 0$ sebab $\cos 0^\circ = 1$

Maka

$$2\pi \cdot 60 \cdot t + \theta = 0$$

$$\theta = -2\pi \cdot 60 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = -0,754 \text{ rad/det}$$

Sedangkan

$$2\pi \text{ rad} = 360^\circ$$

Maka

$$-0,754 \text{ rad} = \frac{-0,754}{2\pi} 360^\circ = -43,2^\circ$$

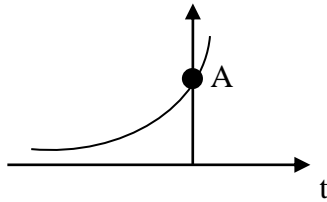
Maka

$$a = 20 \cos(3\pi t - 43,2^\circ)$$

GELOMBANG EKSPONENSIAL

Ada 2 macam gelombang eksponensial

1. Build up exponential = eksponensial yang makin besar jika waktu makin besar
2. Decay exponential = eksponensial yang makin kecil jika waktu makin besar



a. Build up eksponensial

Persamaan :

$$a(t) = A e^{t/T} = A e^{st}$$

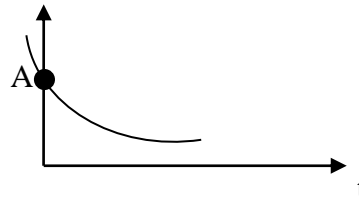
$a(t)$ = harga sesaat (instantaneous value)

e = bilangan dasar logaritma natural ($e = 2,718..$)

t = waktu (detik atau sec)

T = konstanta waktu (time constant) (sec)

S = $1/T$



b. Decay eksponensial

Persamaan :

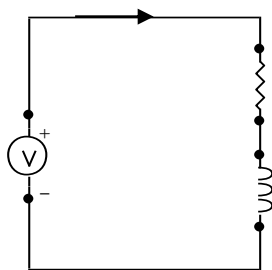
$$a(t) = A e^{-t/T} = A e^{-st}$$

Catatan :

- Pada umumnya kita bekerja dengan gelombang decay eksponensial; dimana A = harga maksimum atau amplitudo
- Konstanta waktu (time constant)
Konstanta waktu bukan perioda
Konstanta waktu adalah waktu yang menyebabkan gelombang decay eksponensial mempunyai harga :

$$\begin{aligned} A e^{-t/T} &= A e^{-T/T} \\ &= A e^{-1} = \frac{A}{e} \\ &= \frac{A}{2,718} = 0,368 \times \text{Amplitudo} \approx 37\% A \end{aligned}$$

Tegangan dan arus eksponensial



i

 4Ω

1 H

$$i = 5 e^{-2t/T} \text{ Ampere}$$

$$v(t) = \dots?$$

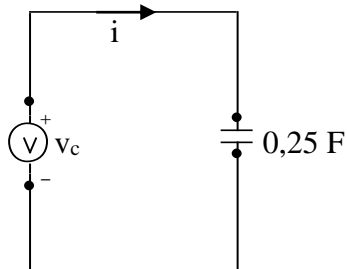
$$v(t) = V_R + V_L$$

$$= i.R + L \frac{di}{dt}$$

$$= 4.5 e^{-2t/T} + (-2) e^{-2t/T}$$

$$= 20 e^{-2t/T} + (-10 e^{-2t/T})$$

$$= 10 e^{-2t/T}$$



$$i = 5 e^{-2t/T}$$

$$v_c(t) = \dots?$$

$$v_c = \frac{1}{c} \int i \, dt = \frac{1}{25} \cdot \frac{5}{2} e^{-2t} \Big|_0^t$$

$$= -\frac{5}{0,5} e^{-2t} \Big|_0^t$$

$$= 10 - 10 e^{-2t}$$

EVALUASI

Tentukan konstanta waktunya !

1. $i = 10 e^{-10^3 t}$ mA $T = 1$ ms

2. $v = V e^{-\frac{R}{L}t}$ Volt $T = \frac{L}{R}$ ($\frac{H}{\Omega} = \text{sec}$)

3. $i = I e^{-\frac{t}{RC}}$ mA $T = RC$ ($\Omega F = \text{sec}$)

Pertemuan 12

Topik Bahasan : Harga rata-rata, harga efektif dan faktor bentuk

Tujuan pembelajaran umum : Mahasiswa dapat memahami harga rata-rata, harga efektif dan dapat menentukan faktor bentuk

HARGA RATA-RATA, HARGA EFEKTIF DAN FAKTOR BENTUK

Harga rata-rata dan harga efektif

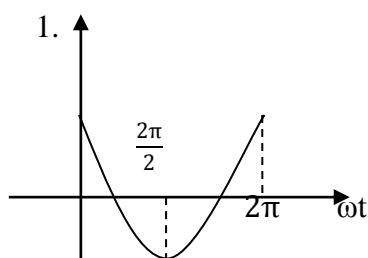
Grafik fungsi arus atau tegangan kebanyakan merupakan grafik fungsi periodik seperti sinusoida, gigi gergaji, pulsa dsb. Dari fungsi yang merupakan fungsi periodik mudah dicari harga rata-rata dan harga efektifnya.

Pengenalan fungsi periodik :

Definisi : $f(t) : f(t + T)$ dimana $T =$ perioda

Perioda adalah suatu besaran waktu yang diperlukan untuk mendapatkan satu getaran atau dalam grafik dapat didefinisikan sebagai waktu yang diperlukan untuk grafik tersebut mengulangi keadaan seperti saat $t(0)$.

Contoh :



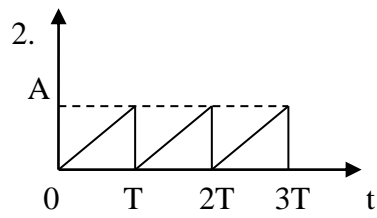
$$f(\omega t) = A \cos \omega t \text{ (periodik)}$$

$$f(\omega t) = f(\omega t + 2\pi)$$

perioda T atau dalam bentuk gambaran diatas $f(\omega t)$ menjadi $\omega t = \frac{2\pi}{T} T = 2\pi$

Jadi cosinus mempunyai perioda sebesar 2π

$$A \cos \omega t = A \cos (\omega t + 2\pi)$$

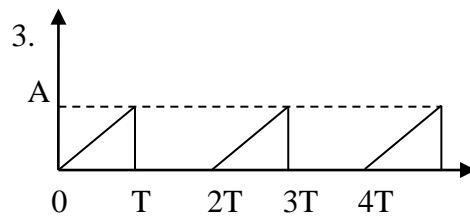


Dari gambar di atas $f(t) = \frac{A}{T} t$

$T =$ perioda

$$f(t) = f(t + T)$$

grafik akan kembali ke bentuk semula setelah mencapai waktu T



$$f(t) = \frac{A}{T} \text{ untuk } 0 \leq t \leq T$$

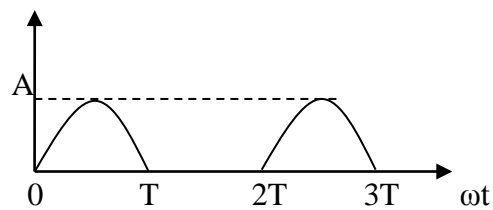
$$f(t) = 0 \text{ untuk } T \leq t \leq 2T$$

$2T =$ perioda

$$f(t) = f(t + 2T)$$

$$f(0) = f(2T)$$

4.



$$f(\omega t) = A \sin \omega t \text{ (periodik) } \quad \text{untuk } 0 \leq \omega t \leq T$$

$$f(\omega t) = 0 \quad \text{untuk } T \leq \omega t \leq 2T$$

$2T =$ perioda

Harga rata-rata (average)

Harga rata-rata arus $i(t)$ yang memiliki perioda T untuk satu perioda adalah suatu harga I yang konstan yang setiap perioda menghasilkan jumlah muatan (Q) yang tetap

Secara matematis

$$I_{\text{rata-rata (av)}} \cdot T = Q$$

Dimana

$$Q = \int_0^T i(t) dt \quad \text{ingat } i(t) = \frac{dq}{dt}$$

Maka

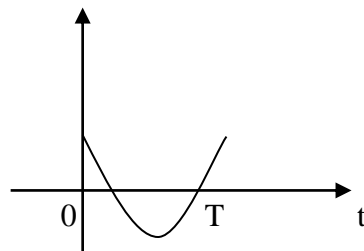
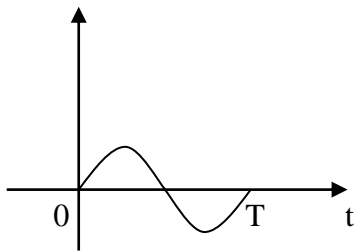
$$I_{\text{av}} \cdot T = \int_0^T i(t) dt$$

$$I_{\text{av}} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$$

Rumus harga rata-rata

$I_{\text{av}} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$ $V_{\text{av}} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt$ $P_{\text{av}} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$
--

Sinusoida

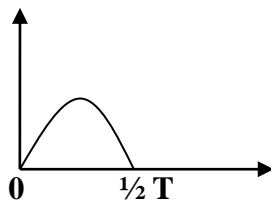


$$\begin{aligned}
 I_{\text{av}} &= \frac{1}{T} \int_0^T A \sin \omega t dt \\
 &= \frac{1}{T} \left(-\frac{A}{\omega} \cos \omega t \right) \Big|_0^T \\
 &= \frac{1}{T} \left(-\frac{A}{\omega} (\cos 2\pi - \cos 0) \right) \\
 &= \frac{1}{T} \left(-\frac{A}{\omega} (1 - 1) \right) = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_{av} &= \frac{A}{T} \int_0^T \cos \omega t \, dt \\
 &= \frac{A}{T} \left[\frac{1}{\omega} (\sin 2\pi - \sin 0) \right] = 0
 \end{aligned}$$

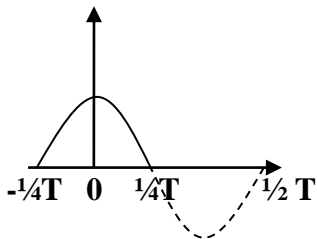
Jadi harga rata-rata untuk satu perioda fungsi sinusoida adalah nol atau harga rata-rata full cycle dari fungsi sinusoida = 0

Harga rata-rata untuk setengah perioda (half cycle average)



$$\begin{aligned}
 I_{av} &= \frac{1}{\frac{1}{2}T} \int_0^{\frac{1}{2}T} A \sin \omega \, dt \\
 &= \frac{2}{T} \left[\frac{A}{\omega} (\cos \pi - \cos 0) \right] \\
 &= \frac{2}{T} \left[-\frac{A}{\omega} (-2) \right] \\
 &= \frac{4A}{T \frac{2T}{T}} = \frac{2A}{\pi}
 \end{aligned}$$

$$I_{av} = \frac{2A}{\pi} = 0,636 \text{ A}$$



$$\begin{aligned}
 I_{av} &= \frac{1}{\frac{1}{2}T} \int_{-\frac{1}{4}T}^{\frac{1}{4}T} A \cos \omega t \, dt \\
 &= \frac{2}{T} \left[\frac{A}{\omega} (\sin \frac{1}{2} \pi + \sin \frac{1}{2} \pi) \right] \\
 &= \frac{2}{T} \frac{A}{\omega} = \frac{2A}{T} = 0,636 \text{ A}
 \end{aligned}$$

Jadi Half Cycle Average dari sinusoida = $2/\pi$ x harga maksimum
 = 0,636 x amplitudo

Harga efektif / rms (root mean square)

Definisi :

Harga rata-rata dari suatu daya $P(t)$ untuk setiap perioda T adalah P_{av} yang konstan, yang setiap perioda T menghasilkan kerja yang konstan (W)

$$P_{av} \cdot T = W$$

Dimana

$$W = \int P(t) dt \rightarrow \text{ingat } P(t) = dw/dt$$

$$P_{av} \cdot T = \int P(t) dt \rightarrow P_{av} = \frac{1}{T} \int P(t) dt$$

$$\text{Untuk resistansi (R)} \quad P_{av} = I_{eff}^2 R$$

$$\text{Sedangkan} \quad P(t) = i(t)^2 R$$

$$I_{eff}^2 R = \frac{1}{T} \int i(t)^2 R dt \quad \text{ingat } R = \text{konstanta}$$

$$\text{Maka } I_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int i(t)^2 dt$$

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int i(t)^2 dt}$$

Rumus

$$I_{eff} = I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt}$$

Cara penulisan

$$I_{rms} = I_{eff} = I$$

$$V_{rms} = V_{eff} = V$$

$$P_{av} = P$$

Harga efektif untuk fungsi sinusoida

$$i = A \cos \omega t$$

$$i = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A^2 \cos^2 \omega t dt}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A^2 \left(\frac{1}{2} \cos 2\omega t + \frac{1}{2} \right) dt}$$

$$= \sqrt{\frac{A^2}{T} \left[\frac{1}{4\omega} \sin 2\omega t + \frac{1}{2} t \right]_0^T dt}$$

$$= \sqrt{\frac{A^2}{T} \left[\frac{1}{4\omega} (\sin 4\pi - \sin 0) + \frac{1}{2} T \right]}$$

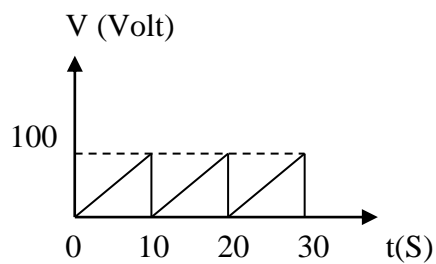
$$= \sqrt{\frac{A^2}{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}}$$

$$= 0,707 A$$

Maka harga efektif dari fungsi sinusoida adalah $\frac{1}{\sqrt{2}}$ x amplitudo atau 0,707 x amplitudo

Contoh soal :

Diketahui



Cari:

- a. Harga rata-rata
- b. Harga efektif

Jawab

$$v(t) = \frac{100}{10} t$$

$$= 10 t$$

$$T = 10 \text{ S}$$

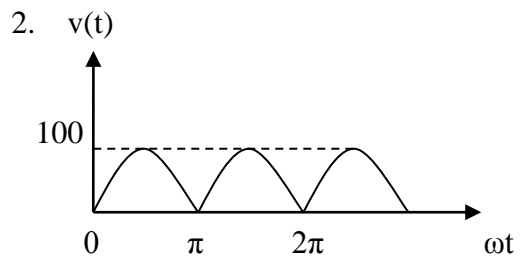
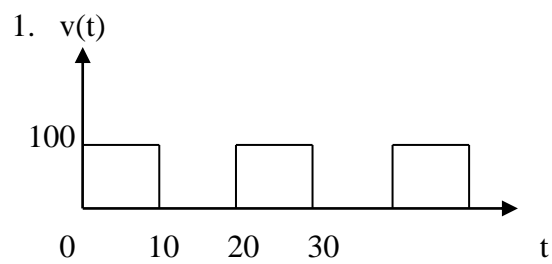
$$\begin{aligned} \text{a. } I_{av} &= \frac{1}{T} \int_0^T v(t) dt \\ &= \frac{1}{10} \int_0^{10} 10t dt \\ &= \frac{10}{10} \left(\frac{1}{2} t^2 \Big|_0^{10} \right) \\ &= \frac{1}{2} (10^2) = 50 \text{ Volt} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } I_{rms} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T v(t)^2 dt} \\ &= \sqrt{\frac{1}{10} \int_0^{10} 100 t^2 dt} \\ &= \sqrt{\frac{100}{10} \int_0^{10} (t)^2 dt} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{10 \left(\frac{1}{3} t^3 \Big|_0^{10} \right)} \\
 &= \sqrt{\frac{10}{3} (10^3)} \\
 &= \frac{100}{\sqrt{3}} \text{ Volt}
 \end{aligned}$$

EVALUASI

Tentukan harga rata-rata dan harga efektif dari grafik dibawah ini :



Pertemuan 13

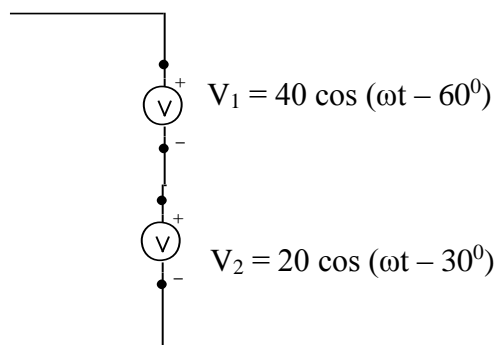
Topik Bahasan : Perhitungan dan penerapan phasor, bilangan kompleks dan eksponensial

Tujuan pembelajaran umum : Mahasiswa dapat mengetahui operasi perhitungan Phasor, bilangan kompleks dan eksponensial

PERHITUNGAN DAN PENERAPAN PHASOR, BILANGAN KOMPLEKS DAN EKSPONENSIAL

PHASOR

Pendahuluan

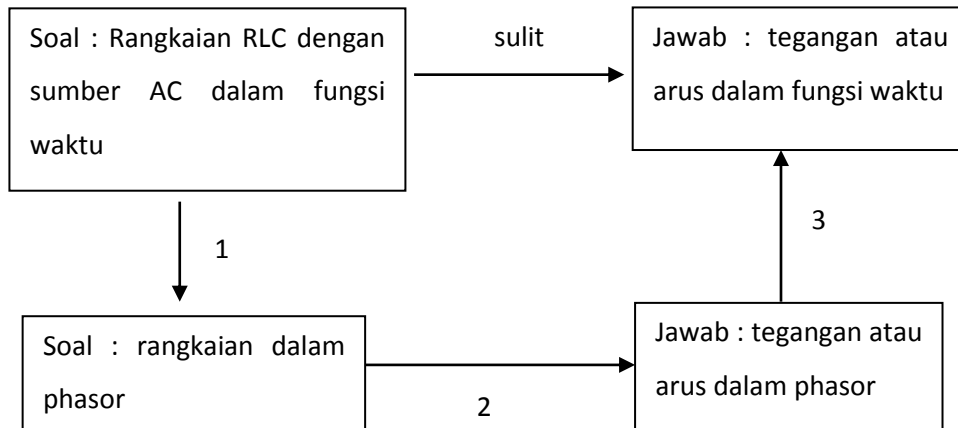


Pada persoalan diatas dua buah tegangan mempunyai amplitudo dan fasa yang berbeda tetapi mempunyai frekuensi yang sama. Untuk menjumlahkan kedua sumber tegangan tersebut dapat didekati dengan cara – cara sebagai berikut :

1. Secara grafik (menggambarkan dulu tiap fungsi lalu dijumlahkan secara grafik)
2. Secara geometri
3. Secara kompleks variabel (phasor dihitung sudut phasanya)

Pada metode ini sumber-sumber diatas dapat ditulis dalam bentuk amplitudo dan phasanya kemudian dioperasikan dalam metode yang disebut dengan phasor. Metode phasor relatif lebih sederhana dibandingkan metode yang lain.

Langkah –langkah penyelesaian menggunakan metode fasor dapat dilihat seperti blok diagram dibawah ini:



- Seperti kita lihat dalam contoh diatas, bekerja dalam persamaan integral diferensial yang sulit
 - Untuk memudahkan, digunakan metode fasor yang terdiri dari 3 langkah sebagai berikut :
4. Mengubah soal rangkaian RLC dengan sumber AC fungsi waktu ke bentuk rangkaian dengan impedansi dan tegangan serta arus dalam fasor
 5. Mencari jawaban rangkaian dalam fasor. Bekerja dengan fasor analog, bekerja dengan vektor atau bekerja dengan bilangan kompleks.
Perhitungan persamaan integral diferensial yang sulit, dengan fasor akan diubah menjadi perhitungan aljabar dalam bilangan kompleks
 6. Mengubah jawaban dalam bentuk fasor ke bentuk jawaban fungsi waktu

Mengubah fungsi waktu \Leftrightarrow fasor

Misalkan suatu tegangan sinusoida :

$$v = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

jika ω diketahui, v dapat ditentukan spesifikasinya dengan lengkap oleh amplitudonya V_m dan phasanya θ . Besaran – besaran ini dinyatakan dalam suatu hubungan bilangan kompleks :

$$\overline{V}_m = V_m e^{j\theta} = V_m \angle \theta$$

Yang didefinisikan sebagai suatu phasor. Untuk membedakan phasor dari besaran/bilangan kompleks yang lain, phasor ditulis dengan garis (bar) diatas huruf besar :

\bar{V}_m = phasor tegangan harga maksimum

$$= V_m e^{j\theta} = V_m \angle \theta$$

\bar{V} = phasor tegangan harga efektif (rms)

$$= V_m e^{j\theta} = V \angle \theta = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle \theta$$

\bar{I}_m = phasor arus harga maksimum

\bar{I} = phasor arus harga efektif (rms)

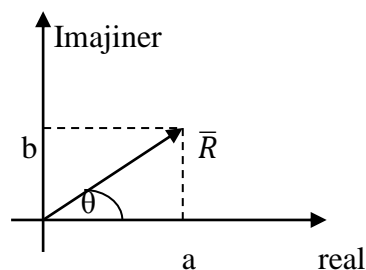
Motif definisi phasor dapat dilihat dari persamaan sbb :

Suatu elemen pasif linier R, L, C dengan eksitasi/pemberian sumber energi AC, akan memberikan respon mantap AC dengan ferkuensi sama. Contoh :

- ❖ R dialiri $i = I_m \cos \omega t$ akan memberikan $v = R.i = R I_m \cos \omega t$
- ❖ L dialiri $i = I_m \cos \omega t$ akan memberikan $v = L \frac{di}{dt} = -\omega L I_m \sin \omega t$
 $= \omega L I_m \cos (\omega t + 90^\circ)$
- ❖ C diberi tegangan $v = V_m \cos \omega t$ akan memberikan arus
 $i = C \frac{dv}{dt} = -\omega C V_m \sin \omega t$
 $= \omega C V_m \cos (\omega t + 90^\circ)$

Hubungan Phasor dengan Bilangan Kompleks

Sebuah phasor dapat digambarkan pada sumbu kompleks dengan cara menggambar harga maksimum atau harga efektif dan sudutnya



penulisan phasor dinyatakan dalam bentuk amplitudo dan sudutnya :

$$\bar{R} = R \angle \theta$$

Dan mempunyai hubungan dalam bentuk kompleks :

$$R = a + jb$$

Dimana

a = bagian real dari R

a mempunyai harga $R \cos \theta$

b = bagian imajiner dari R

biasanya ditandai dengan j

b mempunyai harga $R \sin \theta$

j = bilangan imajiner

$$= \sqrt{-1}$$

$$j^2 = -1$$

$$\frac{1}{j} = \frac{j}{j^2} = -j$$

Invers dari bilangan kompleks ke phasor dapat dilihat dari ambar bahwa :

$$R = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{b}{a} \rightarrow \theta = \operatorname{inv} \operatorname{tg} \left(\frac{b}{a} \right)$$

Dari teorema Euler

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

Dan penulisan phasor $R \angle \theta = R \cos \theta + j R \sin \theta$

maka

$$R e^{j\theta} = R \angle \theta$$

Contoh :

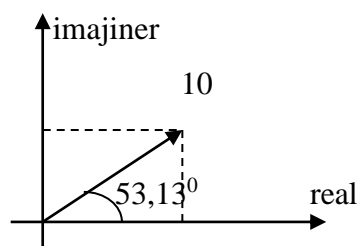
1. Diketahui $10 e^{j 53,13^\circ}$,

Tuliskan dalam bentuk phasor, gambarkan dan cari bilangan kompleksnya !

Jawaban

- Dalam bentuk phasor $10 \angle 53,13^\circ$

- Gambar

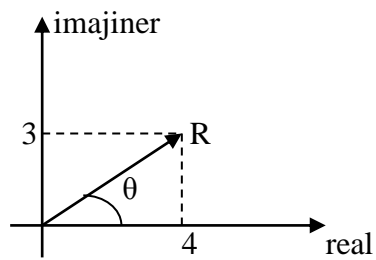


$$\begin{aligned}
 - \quad R &= 10 \cos 53,13 + j 10 \sin 53,13 \\
 &= 6 + j8
 \end{aligned}$$

2. Diketahui $R = 4 + j3$

Gambarkan bidang kompleks, cari phasor dan eksponensialnya !

Jawaban



$$R = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\theta = \text{inv tg} \left(\frac{3}{4} \right)$$

$$= \text{inv tg} (0,75)$$

$$= 36,87$$

Sifat – sifat bilangan eksponensial

1. Penjumlahan

$$\bar{R}_1 = R_1 e^{j\theta_1}$$

$$\bar{R}_2 = R_2 e^{j\theta_2}$$

Untuk penjumlahan tidak bisa secara eksponensial langsung maka harus diubah ke dalam bilangan kompleks, setelah didapat dalam bilangan kompleks baru diubah ke eksponensial lagi

$$R_1 + R_2 = R_1(\cos \theta_1 + j \sin \theta_1) + R_2(\cos \theta_2 + j \sin \theta_2)$$

$$= a_1 + j b_1 + a_2 + j b_2$$

$$= (a_1 + a_2) + j (b_1 + b_2)$$

2. Perkalian

$$R_1 \cdot R_2 = R_1 e^{j\theta_1} \cdot R_2 e^{j\theta_2}$$

$$= R_1 \cdot R_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$$

3. Pembagian

$$\begin{aligned}\frac{R_1}{R_2} &= \frac{R_1 \cdot e^{j\theta_1}}{R_2 \cdot e^{j\theta_2}} \\ &= \frac{R_1}{R_2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}\end{aligned}$$

Sifat – sifat bilangan Phasor

1. Penjumlahan → diubah dahulu ke bilangan kompleks
2. Perkalian → $R_1 \angle \theta_1 \cdot R_2 \angle \theta_2 = R_1 \cdot R_2 \angle \theta_1 + \theta_2$
3. Pembagian → $\frac{R_1 \angle \theta_1}{R_2 \angle \theta_2} = \frac{R_1}{R_2} \angle \theta_1 - \theta_2$

Contoh

$$A = 10 e^{j 53,13}$$

$$B = 8 + j6$$

$$C = 20 \angle 90^\circ$$

1. A.B = ...

$$A = 10 e^{j 53,13} = 10 \angle 53,13$$

$$B = 8 + j6 = 10 \angle 36,87$$

$$A.B = 10 \angle 53,13 \cdot 10 \angle 36,87$$

$$= 100 \angle 90^\circ$$

2. A + B = ...

$$A = 10 \angle 53,13^\circ = 10 \cos 53,13^\circ + j 10 \sin 53,13^\circ$$

$$= 10 \cdot 0,6 + j 10 \cdot 0,8$$

$$= 6 + j8$$

$$A + B = (6 + j8) + (8 + j6)$$

$$= 14 + j14$$

$$= 14\sqrt{2} \angle 45^\circ$$

3. A/C = $\frac{10 \angle 53,13^\circ}{20 \angle 90^\circ} = 0,5 \angle -36,87^\circ$

4. B/C =

$$B = 8 + j6 = 10 \angle 36,87^\circ$$

$$\text{Maka } \frac{B}{C} = \frac{10 \angle 36,87^\circ}{20 \angle 90^\circ} = 0,5 \angle 53,13^\circ$$

EVALUASI

$$A = 50\sqrt{2} e^{j 45}$$

$$B = 80 + j60$$

$$C = 100 \angle 0^\circ$$

Tentukan :

1. $A + B$
2. $A \cdot B$
3. $\frac{A}{C}$
4. $\frac{B}{C}$
- 5.