

MODUL
RANGKAIAN ELEKTRIK II



Di susun oleh:

Drs. Jaja Kustidja, M.Sc.

JURUSAN PENDIDIKAN TEKNIK ELEKTRO
FAKULTAS PENDIDIKAN TEKNOLOGI DAN KEJURUAN
UNIVERSITAS PENDIDIKAN INDONESIA

2014

MODUL I

HARGA RATA - RATA DAN HARGA EFEKTIF

A. Tujuan:

1. Setelah membaca modul ini diharapkan dapat menjelaskan apa yang dimaksud dengan harga rata-rata dan harga efektif untuk sinyal periodik.
2. Dapat menghitung harga rata-rata dan harga efektif dari sinyal-sinyal periodik.

B. Pokok Bahasan:

1. Fungsi periodic
2. Harga rata-rata
3. Harga rms (Efektif)
4. Contoh-contoh penerapan

C. Buku Referensi:

1. David E Johson: "*Electric Circuit Analysis*", Prentice Hall International Edition, 1989, 1992
2. Ed Minister, Joseph: "*Theory and Problems of Electric Circuits*", Mc Graw Hill, 1995
3. Hayt Wiliams: "*Engineering Circuit Analysis*", Mc Graw Hill, 1991
4. Ralph J Smith: "*Circuits, Devices & Systems*", Jhon Wiley & Sons, 1995
5. Richard C Dorf, James A Svoboda: "*Introduction to Electric Circuits*", Jhon Wiley & Sons, 2001

D. Uraian Materi

Harga rata-rata dan harga efektif

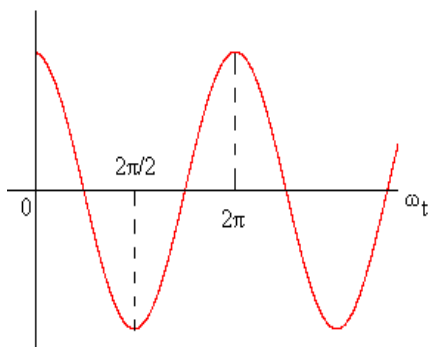
Grafik fungsi arus dan tegangan kebanyakan merupakan grafik fungsi seperti sinusoida, gigi gergaji, pulsa dan sebagainya. Dari fungsi yang merupakan fungsi periodik mudah dicari harga rata-ratanya atau harga efektifnya.

Pengenalan fungsi periodik

Definisi : $f(t) = f(t+T)$, dimana : $T =$ Periode

Periode adalah suatu besaran waktu yang diperlukan oleh sebuah fungsi periodik untuk melakukan satu siklus penuh.

Lihat contoh:



Gambar 1 Grafik fungsi

$$f(\omega t) = A \cos \omega t$$

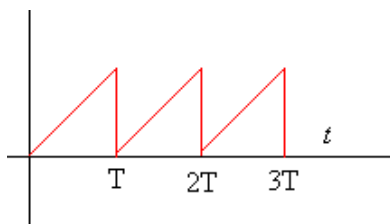
$$f(\omega t) = A \cos \omega t \text{ (periodik)}$$

$$f(\omega t) = f(\omega t + 2\pi)$$

Periode T atau dalam bentuk gambaran disamping, fungsi (ωt) menjadi $\omega T = 2\pi$.

❖ Jadi fungsi cosinus mempunyai periode sebesar 2π

$$A \cos \omega t = A \cos (\omega t + 2\pi)$$



Gambar 2 Grafik fungsi

$$f(t) = f(t+T)$$

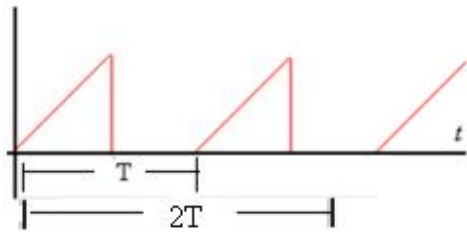
$T =$ Periode.

$$f(t) = f(t+T)$$

misal untuk $t = 0$

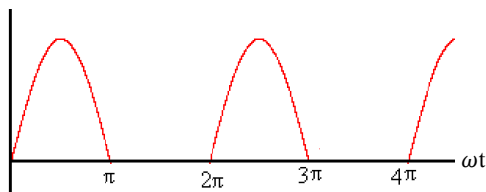
$$f(0) = f(T)$$

$$t = \frac{1}{2}T \quad f\left(\frac{1}{2}T\right) = f\left(\frac{1}{2}T+T\right)$$



T = Periode
 $f(t) = f(t + T)$
 $f(0) = f(T)$

Gambar 3 Grafik fungsi
 $f(t) = f(t + T)$



$f(\omega t) = A \sin \omega t$ (periodik)
 $2\pi = \text{periode}$

Gambar 4 Grafik fungsi
 $f(\omega t) = A \sin \omega t$

Harga rata-rata (average)

Harga rata-rata arus $i(t)$ yang mempunyai periode T untuk satu periode adalah suatu harga I yang konstan yang setiap periode menghasilkan jumlah muatan (Q) yang tetap.

Secara matematis

$I_{\text{rata-rata (avg)}} \times T = Q$

Dimana $Q = \int_0^T i(t) dt \longrightarrow \text{ingat } i(t) = \frac{dq}{dt}$

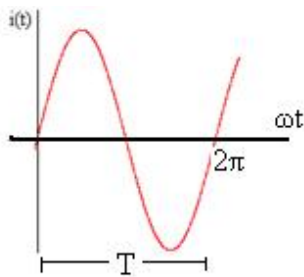
Maka $I_{\text{avg}} \times T = \int_0^T i(t) dt$

$I_{\text{avg}} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$

Rumus harga rata-rata :

$I_{\text{avg}} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$
 $V_{\text{avg}} = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) dt$
 $P_{\text{avg}} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt$

Sinusoida



Gambar 5 Grafik fungsi

$$f(\omega t) = A \sin \omega t$$

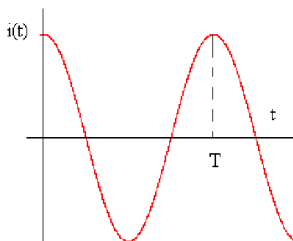
$$I_{avg} = \frac{1}{T} \int_0^T A \sin \omega t \, dt$$

$$= \frac{1}{T} \left(-\frac{A}{\omega} \cos \omega t \right) \Big|_0^T$$

$$\text{Dimana } \omega T = 2\pi, T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$= \frac{1}{\frac{2\pi}{\omega}} \left(-\frac{A}{\omega} (\cos 2\pi - \cos 0) \right)$$

$$= \frac{\omega}{2\pi} \left(-\frac{A}{\omega} (1 - 1) \right) = 0$$



Gambar 6 Grafik fungsi

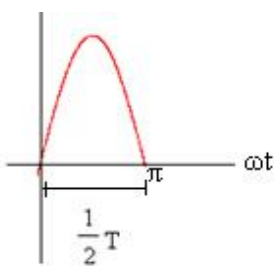
$$f(\omega t) = A \cos \omega t$$

$$I_{avg} = \frac{A}{T} \int_0^T \cos \omega t \, dt$$

$$= \frac{\omega}{2\pi} \left(\frac{1}{\omega} (\sin 2\pi - \sin 0) \right) = 0$$

Jadi harga rata-rata untuk satu perioda fungsi sinusoida adalah nol atau harga rata-rata *full cycle* dari fungsi sinusoida = 0

Harga rata-rata untuk setengah perioda (*half cycle average*)



$$I_{avg} = \frac{1}{\frac{T}{2}} \int_0^{\frac{T}{2}} A \sin \omega t \, dt$$

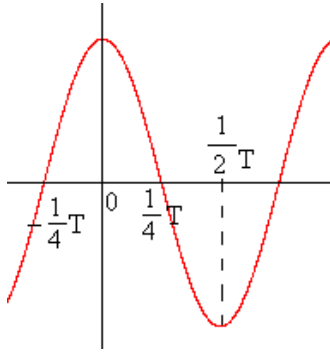
$$= \frac{2}{T} \left(-\frac{A}{\omega} \cos \omega t \right) \Big|_0^{\frac{T}{2}}$$

$$\text{Dimana } \omega T = 2\pi, T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$= \frac{2}{\frac{2\pi}{\omega}} \left(-\frac{A}{\omega} (\cos \pi - \cos 0) \right)$$

$$= \left(-\frac{A}{\pi} (-1 - 1) \right)$$

$$I_{avg} = \frac{2A}{\pi} = 0,637 A$$



$$I_{\text{avg}} = \frac{A}{T} \int_{-\frac{1}{4}T}^{\frac{1}{4}T} \cos \omega t \, dt$$

$$= \frac{2A}{2\pi} \left(\frac{1}{\omega} \sin \omega t \Big|_{-\frac{1}{4}T}^{\frac{1}{4}T} \right)$$

Dimana $\omega T = 2\pi$, $T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$= \frac{2A}{2\pi} \left(\frac{1}{\omega} \left(\sin \frac{1}{2}\pi - \sin \frac{1}{2}\pi \right) \right) = 0$$

$$= \frac{A}{\pi} (1 - (-1))$$

$$= \frac{2A}{\pi} = 0,637 \text{ A}$$

Jadi *half cycle average* dari sinusoida = $\frac{2A}{\pi}$ x harga maximum = 0,637 A

Harga efektif / RMS (Root Means Square)

Definisi

Harga rata-rata dari suatu daya $P(t)$ untuk setiap perioda t adalah P_{avg} yang konstan, yang setiap perioda T menghasilkan kerja yang konstan (W)

$$P_{\text{avg}} \times T = W$$

Dimana $W = \int P(t) \, dt$, ingat $P(t) = \frac{dW}{dt}$

$$P_{\text{avg}} \times T = \int P(t) \, dt, \quad P_{\text{avg}} = \frac{1}{T} \int P(t) \, dt$$

Untuk resistansi (R), $P_{\text{avg}} = I_{\text{eff}}^2 \times R$

Sedangkan $P(t) = i(t)^2 \times R$

$$I_{\text{eff}}^2 \times R = \frac{1}{T} \int i(t)^2 \times R \, dt \quad \longrightarrow \quad \text{ingat } R = \text{konstanta}$$

$$\text{Maka } I_{\text{eff}}^2 = \frac{1}{T} \int i(t)^2 \, dt$$

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int i(t)^2 dt}$$

Rumus :

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int i(t)^2 dt}$$

Analog dengan rumus diatas maka $V_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int V(t)^2 dt}$

Cara menuliskan / mengetahui

$$I_{\text{rms}} = I_{\text{eff}} = I$$

$$V_{\text{rms}} = V_{\text{eff}} = V$$

$$P_{\text{avg}} = P$$

Harga efektif untuk fungsi sinusoida

$$i = A \cos \omega t$$

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A^2 \cos^2 \omega t dt} \\ &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T A^2 \left(\frac{1}{2} \cos 2\omega t + \frac{1}{2} \right) dt} \\ &= \sqrt{\frac{A^2}{T} \left[\frac{1}{4\omega} \sin 2\omega t \Big|_0^T + \frac{1}{2} t \Big|_0^T \right]} \\ &= \sqrt{\frac{A^2}{T} \underbrace{\left(\frac{1}{4\omega} \sin 4\pi - \sin 0 + \frac{1}{2} T \right)}_0} \\ &= \sqrt{\frac{A^2}{T} \frac{1}{2} T} = \sqrt{\frac{A^2}{2}} = \frac{A}{\sqrt{2}} = 0,707 A \end{aligned}$$

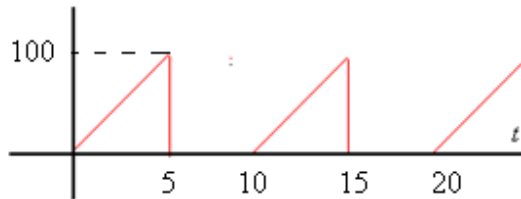
Maka harga efektif dari fungsi sinusoida = $\frac{1}{\sqrt{2}}$ x Amplitudo = 0,707 x Amplitudo

Pembacaan meter :

1. Meter yang membaca harga sesaat (*oscilloskop*)
2. Meter yang membaca harga rata-rata (meter DC)

3. Meter yang membaca harga efektif (meter AC)
 - a. *True RMS meter* benar-benar membaca harga efektif
 - b. Membaca rata-rata yang ditera untuk harga efektif

Contoh soal 1:



Cari harga rata-rata (I)?

Jalan pemecahan

1. Tentukan periodenya
2. Tentukan fungsi dari grafik
3. Masukkan Rumus $I_{avg} = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt$

Pengerjaan :

1. Periodenya = 10
2. Fungsinya = $0 < t < 5$ adalah $i(t) = \frac{100}{5} \cdot t$
 $5 < t < 10$ adalah $i(t) = 0$

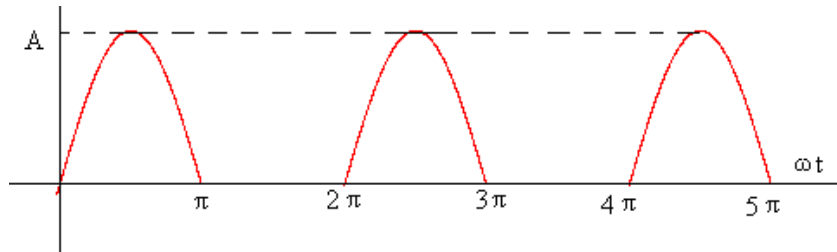
$$\begin{aligned}
 I_{avg} &= \frac{1}{10} \left[\int_0^5 \frac{100}{5} t dt + \int_5^{10} 0 dt \right] \\
 &= \frac{1}{10} \left[20 \left(\frac{1}{2} t^2 \right)_0^5 + 0 \right] \\
 &= 2 \left(\frac{1}{2} 5^2 - 0 \right) \\
 &= 25
 \end{aligned}$$

Harga rata-rata juga dapat diperoleh dengan cara:

Luas yang dibatasi 1 periode per periode

Dari fungsi diatas : $\frac{\frac{1}{2}AT}{2T} = \frac{\frac{1}{2}(100 \cdot 10)}{(2 \cdot 10)} = 25$

Contoh soal 2:



Ditanyakan I rata-rata =

Jawab

Perioda = 2π

Fungsi 1 = $\sin \omega t$ pada $0 < t < \pi$

2 = 0 $\pi < t < 2\pi$

Maka

$$\begin{aligned} I_{\text{avg}} &= \frac{1}{2\pi} \left[\int_0^{\pi} \sin \omega t \, d(\omega t) + \int_{\pi}^{2\pi} 0 \, d(\omega t) \right] \\ &= \frac{A}{2\pi} [-\cos \omega t]_0^{\pi} \\ &= \frac{A}{2\pi} [-(1 - 1)] \\ &= \frac{A}{\pi} = 0.318 A \end{aligned}$$

Untuk harga rata-rata setengah gelombang dari fungsi sinusoida = 0.318 Amplitudonya

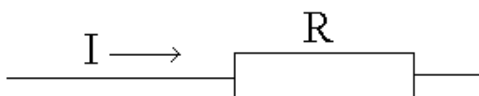
Daya rata-rata (Average Power) = $P = P_{\text{avg}}$

Untuk suatu tahanan (resistansi = R)

$$P = I^2 \cdot R = \frac{V^2}{R} \text{ watt}$$

Dimana $I = I_{\text{rms}}$

$V = V_{\text{rms}}$



Contoh :

Diketahui $V_{(t)} = 110 \sqrt{2} \sin 100 \pi t$

Maka

$$\omega = 100\pi$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{100\pi}{2\pi} = 50 \text{ Hz}$$

- $V_{\max} = 110 \sqrt{2} \text{ Volt}$

- $V_{\text{rms}} = \frac{110\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 110 \text{ Volt}$

- V_{avg} untuk $\frac{1}{2}$ perioda

$$V_{\text{avg}} = 0,637 \cdot 110\sqrt{2} = 99,09 \text{ volt}$$

MODUL II DAN MODUL III

CONTOH PERBAIKAN FAKTOR DAYA DI INDUSTRI YANG MENGGUNAKAN BEBAN PEMANAS DAN MOTOR INDUKSI

A. Tujuan :

Setelah mempelajari modul ini diharapkan dapat melakukan :

1. Perhitungan daya sesaat
2. Menggambarkan segi tiga daya
3. Perhitungan faktor daya
4. Perbaikan faktor daya

B. Daftar Pustaka:

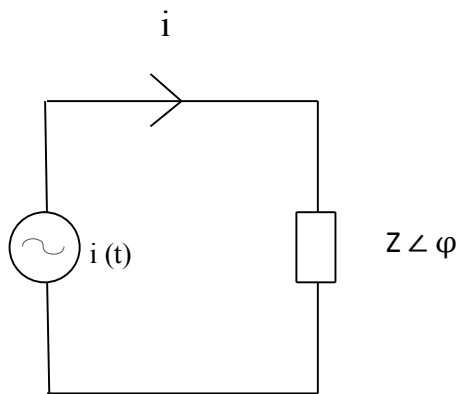
1. David E Johson: "*Electric Circuit Analysis*", Prentice Hall International Edition, 1989, 1992
2. Ed Minister, Joseph: "*Theory and Problems of Electric Circuits*", Mc Graw Hill, 1995
3. Hayt Wiliams: "*Engineering Circuit Analysis*", Mc Graw Hill, 1991
4. Ralph J Smith: "*Circuits, Devices & Systems*", Jhon Wiley & Sons, 1995
5. Richard C Dorf, James A Svoboda: "*Introduction to Electric Circuits*", Jhon Wiley & Sons, 2001

C. Uraian Materi

Daya Sesaat

$$p = v i$$

Misal :



Untuk sumber sinusoida :

$$i = I_m \cos \omega t$$

$$v(t) = i z$$

$$v = I_m Z \cos (\omega t + \varphi) = V_m \cos (\omega t + \varphi)$$

$$p = v i = V_m \cos (\omega t + \varphi) \cdot I_m \cos \omega t$$

$$V = \frac{V_m}{\sqrt{2}} ; I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$= 2 V I \underbrace{\cos (\omega t + \varphi)}_{\alpha} \underbrace{\cos \omega t}_{\beta}$$

Menggunakan rumus ini :

$$2 \cos \alpha \cos \beta = \cos (+\beta) + \cos (\alpha - \beta)$$

Maka di dapat :

$$P = VI \cos (2\omega t + \varphi) + VI \cos \varphi$$

nb = merah → Fungsi waktu

biru → Konstanta

Daya Rata – Rata

Dengan mengambil $P = VI \cos (2\omega t + \varphi) + VI \cos \varphi$,

Maka di dapat :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T P dt = VI \cos \varphi$$

Keterangan : V = Tegangan efektif (volt)

I = Arus efektif (ampere)

φ = Sudut antara V dan I

P = Daya rata- rata (watt)

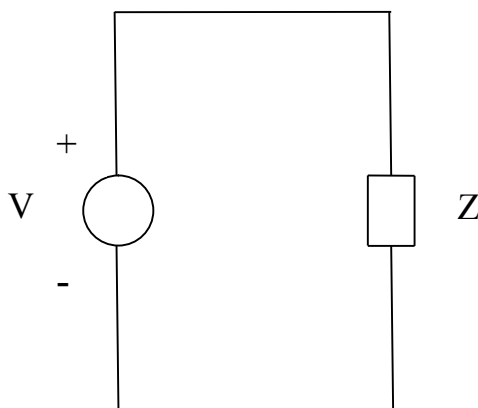
T = Perioda (detik)

p = Daya sesaat (watt)

v = Tegangan sesaat (volt)

i = Arus sesaat (ampere)

Contoh penyelesaian soal 1



$$\bar{z} = (12 + j 16) \Omega$$

$$V = 200 \sin 1000 t$$

$$P_{total} = \dots ?$$

$$\text{Jawab : } P = \left(\frac{\frac{200}{\sqrt{2}}}{\sqrt{12^2 + 16^2}} \right)^2 R = \left(\frac{200}{20} \right)^2 \cdot 12 = \frac{2000}{2100} \cdot 12$$

$$= 1600 \text{ watt}$$

Daya Semu

$$\boxed{S = P_A = V I}$$

$$= \left(\frac{200}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot \frac{10}{\sqrt{2}} = 1000 \text{ VA}$$

Dari $z = 12 + j 16$ di dapat $z = 20 \angle 53,13^\circ$

$$S = I^2 z = \left(\frac{10}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 20 = 1000 \text{ VA}$$

Daya Reaktif (VAR)

$$\boxed{Q = P_x = VI \sin \varphi}$$

Persamaan lain yang dapat digunakan :

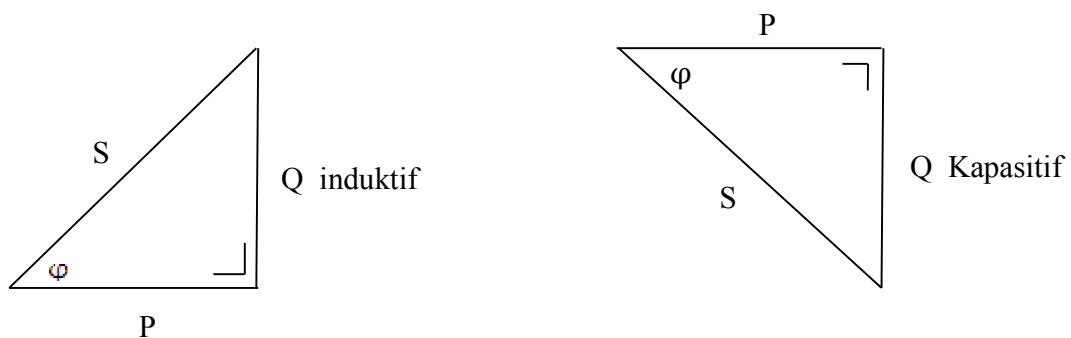
$$Q = I^2 \cdot x = \left(\frac{10}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 16 = 800 \text{ VAR (induktif)}$$

atau :

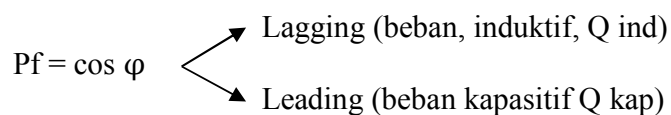
$$Q = VI \sin \varphi = \frac{200}{\sqrt{2}} \cdot \frac{10}{12} \cdot \sin 53,13$$

$$= 1000 \times 0,8 = 800 \text{ VAR}$$

Segitiga Daya



Faktor Daya



Koreksi Faktor Daya

❖ Beban induktif

$Pf' > Pf$ apabila $\varphi' < \varphi$

Jika $\varphi' < \varphi$ maka $P' > P$.

untuk mendapatkan $\varphi' < \varphi$ di dapat dengan cara memparalelkan dengan kapasitor.

❖ Beban Kapasitif

$Pf' > Pf$ apabila $\varphi' < \varphi$

Jika $\varphi' < \varphi$ maka $P' > P$.

untuk mendapatkan $\varphi' < \varphi$ di dapat dengan cara memparalelkan dengan induktor.

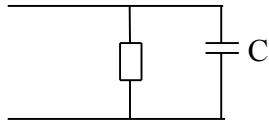
❖ Beban gabungan Kapasitif dan Induktif

$Pf' > Pf$ apabila $\varphi' < \varphi$

Jika $\varphi' < \varphi$ maka $P' > P$.

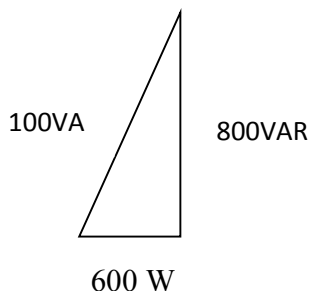
untuk mendapatkan $\phi' < \phi$ di dapat dengan cara memparalelkan dengan induktor dan kapasitor yang sesuai.

Bila pada contoh penyelesaian soal 1 di atas, di pasang C paralel sehingga $Pf = 1$. maka C dapat dihitung sebagai berikut :



$$V = 200 \sin 1000 t$$

$$Z = (12 + J16) \Omega$$



$$Q_c = 800 \text{ VAR}$$

$$800 = \frac{V^2}{X_c}$$

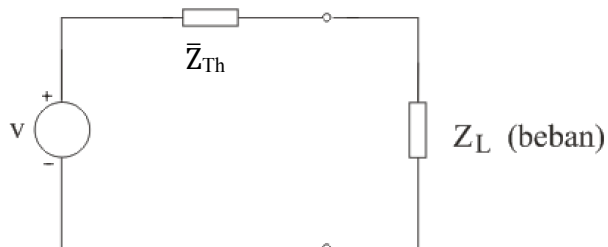
$$X_c = \left(\frac{\frac{200}{\sqrt{2}}}{800} \right)^2 = 25 \Omega$$

$$X_c = \frac{1}{\omega c}$$

$$C = \frac{1}{\omega X_c} = \frac{1}{1000 \times 25} \\ = 40 \mu\text{f}$$

TRANSFER DAYA MAKSIMUM

Langkah Awal I



P beban max, jika $\bar{Z}_L = \bar{Z}_{Th}^*$

P max =

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}_{Th}}{2R_{Th}}$$

$$P \text{ max} = \frac{V_{Th}^2}{4R^2_{Th}}$$

SISTEM 3 PHASA

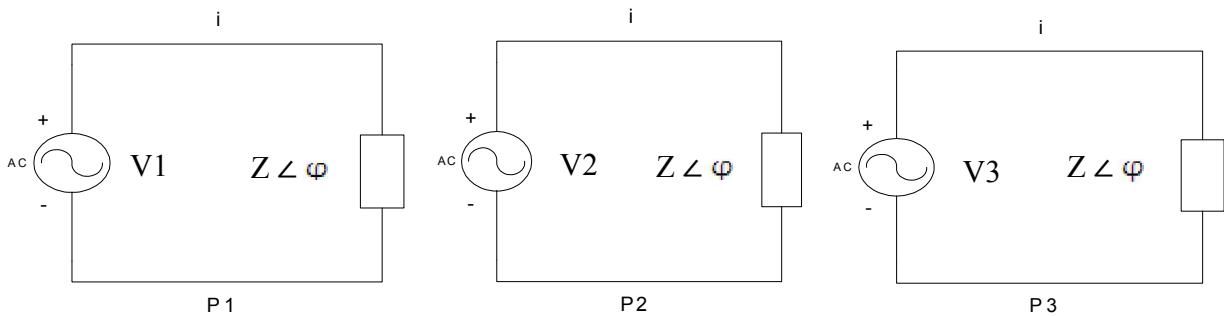
$$1. P(t) = v_i = V_m I_m \cos \omega t \cos (\omega t + \varphi)$$

$$= VI \cos (2\omega t + \varphi) + VI \cos \varphi$$

2. Seandainya kita mempunyai 3 buah sumber tegangan dengan:

- Amplitudo sama.
- Frekuensi sama.
- Beban phasa 120° ; diberi beban sama.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{V_1} &= V_m \cos (\omega t + 120^\circ) \\ \mathbf{V_2} &= V_m \cos \omega t \\ \mathbf{V_3} &= V_m \cos (\omega t - 120^\circ) \end{aligned} \right\} \text{diberi beban } Z = Z \angle \varphi$$



$$\mathbf{V_1} = V_m \cos (\omega t + 120^\circ)$$

$$I_1 = \frac{V_m}{Z} \cos (\omega t + 120^\circ - \varphi)$$

$$= I_m \cos (\omega t + 120^\circ - \varphi)$$

$$\mathbf{P_1} = V_m I_m \cos (\omega t + 120^\circ) \cos (\omega t + 120^\circ - \varphi)$$

$$= VI \cos \varphi + VI \cos (2\omega t + 240^\circ - \varphi)$$

$$\mathbf{V_2} = V_m \cos \omega t$$

$$I_2 = I_m \cos (\omega t - \varphi)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_2 &= V_m I_m \cos \omega t \cos (\omega t - \varphi) \\ &= V I \cos \varphi + V I \cos (2 \omega t - \varphi) \end{aligned}$$

$$\mathbf{V}_3 = V_m \cos (\omega t - 120^\circ)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_3 &= \frac{V_m}{Z} \cos (\omega t - 120^\circ - \varphi) \\ &= I_m \cos (\omega t - 120^\circ - \varphi) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_3 &= V_m I_m \cos (\omega t - 120^\circ) \cos (\omega t - 120^\circ - \varphi) \\ &= V I \cos \varphi + V I \cos (2 \omega t - 240^\circ - \varphi) \end{aligned}$$

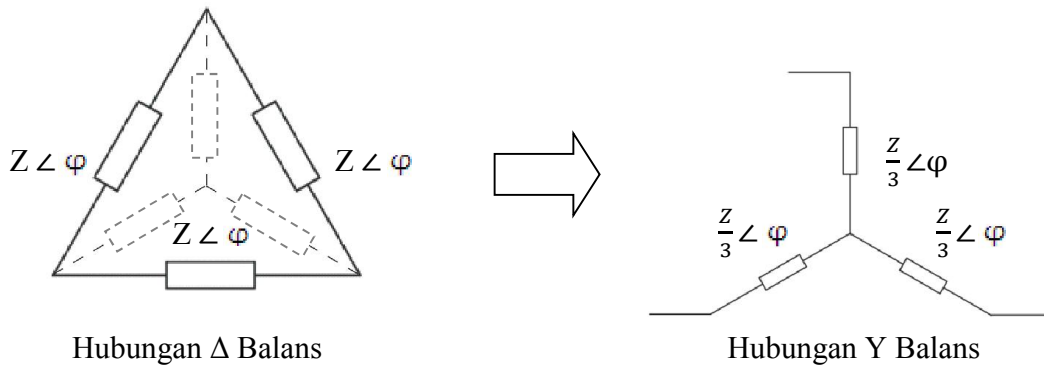
$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\text{total}} &= P_1 + P_2 + P_3 \\ &= V I \cos \varphi + V I \cos (2 \omega t + 240^\circ - \varphi) \\ &\quad + V I \cos \varphi + V I \cos (2 \omega t - \varphi) \\ &\quad + V I \cos \varphi + V I \cos (2 \omega t - 240^\circ - \varphi) \end{aligned}$$

$\mathbf{P}_{\text{total}} = 3 V I \cos \varphi$
--

Suku fungsi waktu saling menghilangkan

HUBUNGAN BEBAN

Hubungan Delta dan bintang Balans



Hubungan Δ dan Y tidak Balans

Jika tidak dipenuhi kriteria : $\bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3$ → maka beban tidak balans

Contoh beban balans :

$$\bar{Z}_1 = 10 \angle 60^\circ$$

$$\bar{Z}_2 = 10 \angle 60^\circ$$

$$\bar{Z}_3 = 10 \angle -60^\circ$$

Untuk beban tidak balans gunakan rumus transfer beban delta ↔ Jika diperlukan.

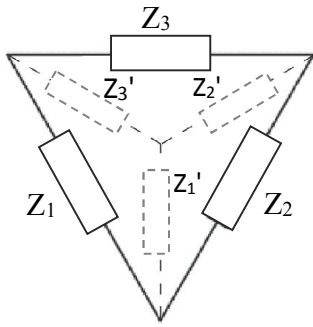
Contoh beban tidak balans :

$$\bar{Z}_1 = 10 \angle 0^\circ$$

$$\bar{Z}_2 = 10 \angle 36,87^\circ$$

$$\bar{Z}_3 = 5 \angle 53,13^\circ$$

Jadi untuk beban tidak balans $\bar{Z}_1 \neq \bar{Z}_2 \neq \bar{Z}_3$

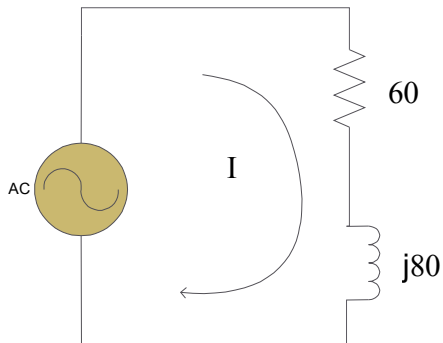


$$Z_1' = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_2' = \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

$$Z_3' = \frac{Z_3 \cdot Z_1}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

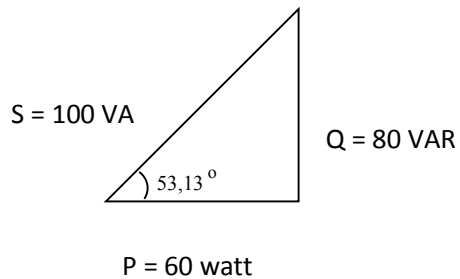
Evaluasi



Diketahui jika $V = 100 \angle 30^\circ$

Hitung : I dan P, Q, S dan gambarkan segitiga daya

Jawaban : $I = 1 \angle -23,13^\circ$; 60 watt ; 80 VAR ; 100 VA



Jika anda sudah menyelesaikan soal ini dengan benar, berarti anda sudah menguasai materi ini, jika belum, pelajari kembali modul ini.

MODUL IV
SISTEM TIGA PHASA (3Φ)

A. TUJUAN :

1. Dapat menganalisis rangkaian daya satu phasa
2. Dapat menganalisis rangkaian sistem tiga phasa
3. Memahami sistem ABC dan CBA

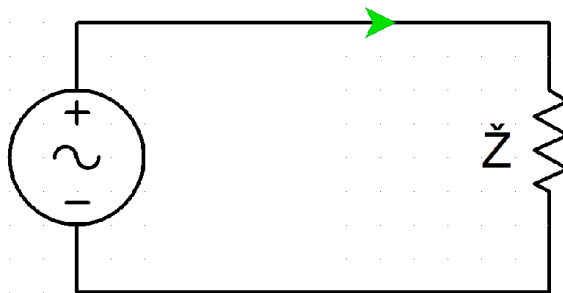
B. BUKU REFERENSI :

1. David E Johson: "*Electric Circuit Analysis*", Prentice Hall International Edition, 1989, 1992
2. Ed Minister, Joseph: "*Theory and Problems of Electric Circuits*", Mc Graw Hill, 1995
3. Hayt Wiliams: "*Engineering Circuit Analysis*", Mc Graw Hill, 1991
4. Ralph J Smith: "*Circuits, Devices & Systems*", Jhon Wiley & Sons, 1995
5. Richard C Dorf, James A Svoboda: "*Introduction to Electric Circuits*", Jhon Wiley & Sons, 2001

C. Uraian Materi

SISTEM TIGA PHASA (3 Φ)

Daya Satu Phasa (1Φ)



$$v = V\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i = I\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$P = v i = 2 VI \{ \cos(2\omega t + \varphi) \cos \varphi$$

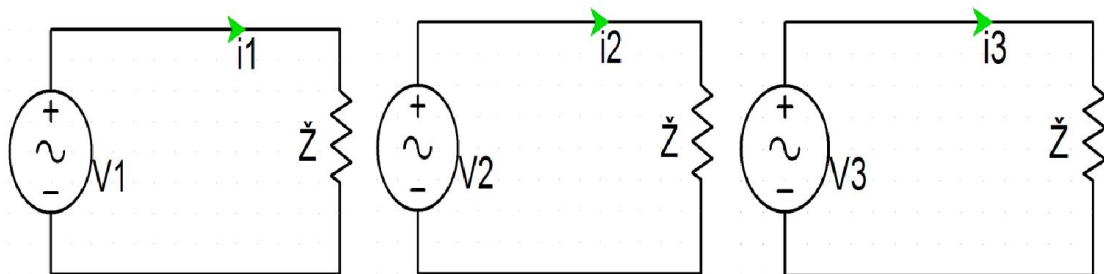
$$= VI \{ \cos(2\omega t + \varphi) + \cos \varphi \}$$

$$= VI \cos \varphi + VI \cos(2\omega t + \varphi)$$

Konstan f. Waktu

Misalkan Kita Mempunyai:

Tiga buah sumber tegangan dengan frekuensi yang sama dan memiliki fasa yang berbeda masing-masing 120° ($2\pi/3$) bekerja pada tiga beban yang sama maka:



$$v_1 = V\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

$$i = I\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$P_1 = v i$$

$$= 2 VI \{ \cos(2\omega t + \varphi) \cos \omega t$$

Gunakan rumus $2 \cos \alpha \cos \beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$P_1 = VI \cos (2\omega t + \varphi) + VI \cos \varphi$$

$$v_2 = V\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi + 120^\circ)$$

$$i = I\sqrt{2} \cos(\omega t + 120^\circ)$$

$$\begin{aligned} P_2 &= 2 VI \cos(\omega t + \varphi + 120^\circ) \cos(\omega t + 120^\circ) \\ &= VI \cos \varphi + VI \cos(2\omega t + \varphi + 240^\circ) \end{aligned}$$

$$v_3 = V\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi - 120^\circ)$$

$$i = I\sqrt{2} \cos \omega t - 120^\circ$$

$$\begin{aligned} P_3 &= 2 VI \cos(\omega t + \varphi - 120^\circ) \cos(\omega t - 120^\circ) \\ &= VI \cos \varphi + VI \cos(2\omega t + \varphi - 240^\circ) \end{aligned}$$

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 = 3 VI \cos \varphi \quad \text{Karena 3 komponen yang merupakan fungsi waktu saling menghilangkan. Buktikan!}$$

Kesimpulan:

Jika kita mempunyai 3 buah sumber tegangan mempunyai harga tegangan sama dengan frekuensi sama, berbeda fasa 120° ($2\pi/3$) dapat dijadikan satu unit dengan tiga buah beban yang sama akan menghasilkan daya yang konstan.

Persoalan:

Bagaimana membuat ketiga sumber tegangan menjadi satu unit?

Ikutilah!

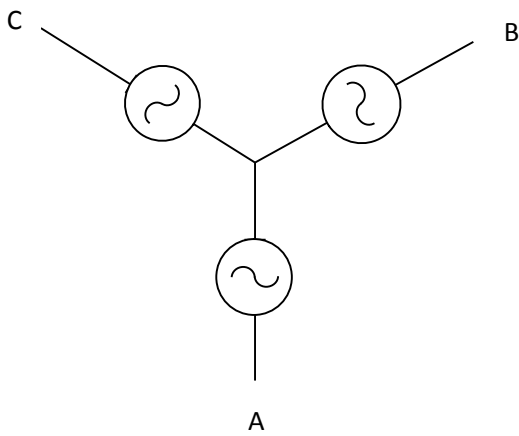
Caranya sebagai berikut

$$V_1 = V \angle -120^\circ$$

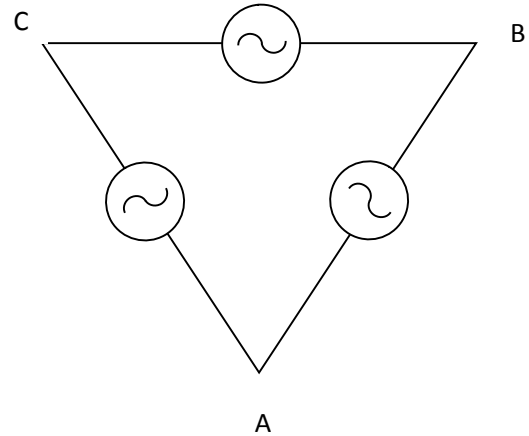
$$V_2 = V \angle 0^\circ$$

$$V_3 = V \angle 120^\circ$$

Sumber Tegangan Sistem CBA



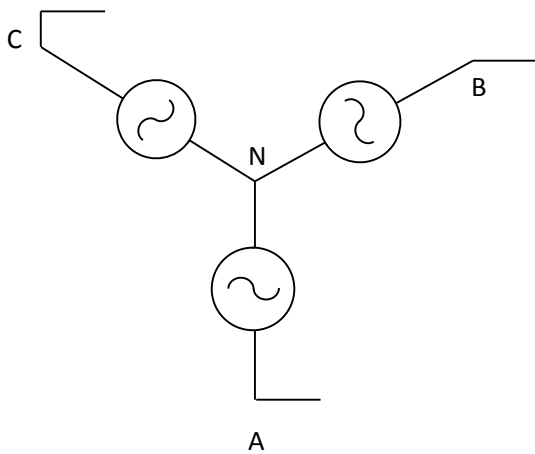
Gambar sistem 3 fase Y CBA



Gambar sistem 3 fase Δ CBA

Ingat Perbedaan Sudut Masing-masing 120°

Sumber 3 fase Y CBA



Simbol

Ket: $V_{CN} = V_P \angle 150^{\circ}$

$V_{BN} = V_P \angle 30^{\circ}$

$V_{AN} = V_P \angle -90^{\circ}$

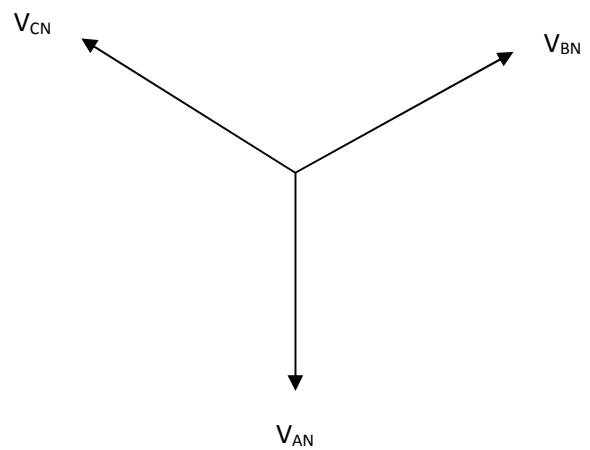
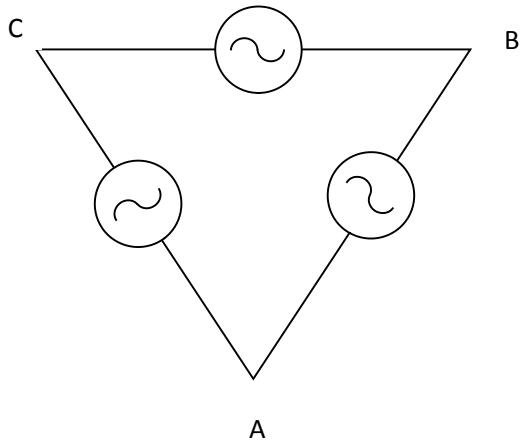


Diagram phasor

Sistem 3 phasa Δ CBA



Simbol

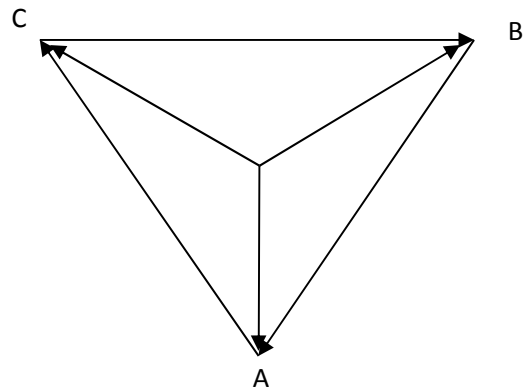


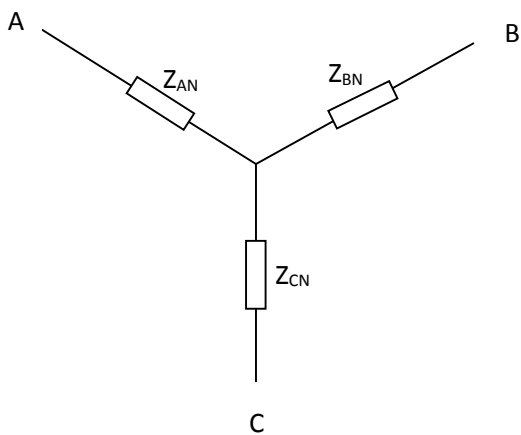
Diagram fasor

Ket: $V_{BC} = V_\ell \angle 0^\circ$

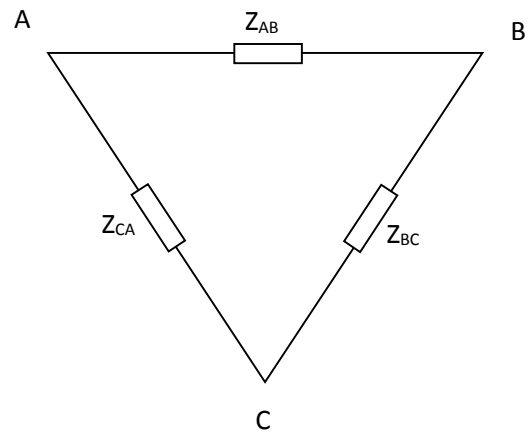
$V_{AB} = V_\ell \angle -120^\circ$

$V_{CA} = V_\ell \angle 120^\circ$

Beban impedansi dengan sistem Y dan Δ



sistem 3 phasa Y ABC

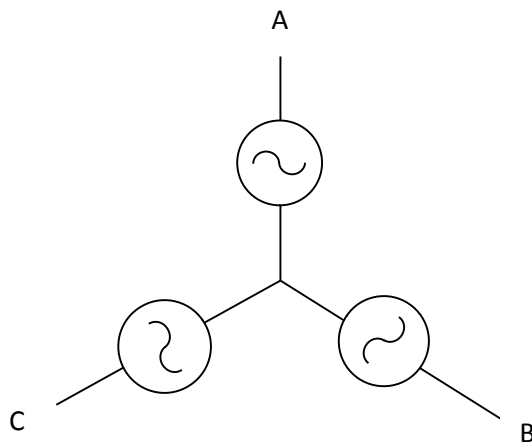


sistem 3 phasa Δ ABC

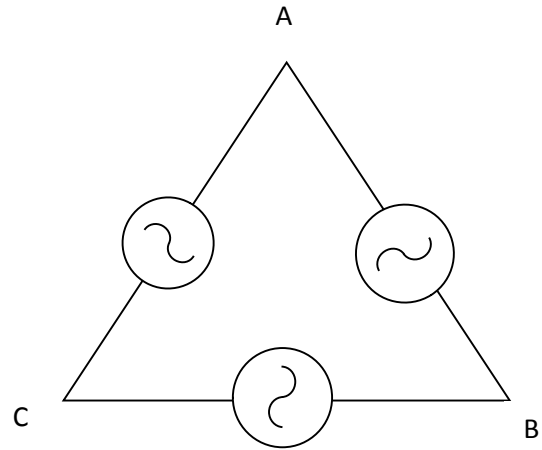
1. Macam-Macam Hubungan

- Generator Y, beban Y, Sistem/hubungan Y-Y
- Generator Y, beban Δ , Sistem/hubungan Y- Δ
- Generator Δ , beban Y, Sistem/hubungan Δ -Y
- Generator Δ , beban Δ , Sistem/hubungan Δ - Δ

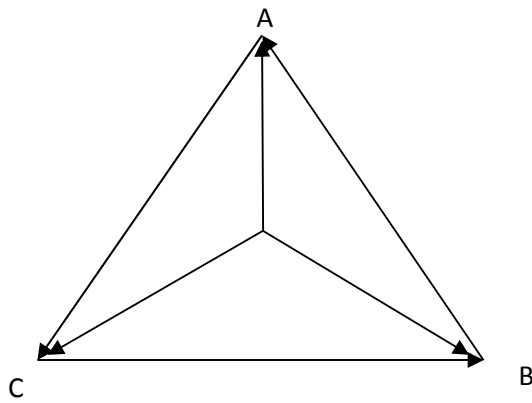
2. Sistem ABC



sistem 3 phasa Y ABC



sistem 3 phasa Δ ABC



Gambar Diagram

Dari diagram phasor terlihat

$$V_{AN} = V_P \angle 90^\circ$$

$$V_{BN} = V_P \angle -30^\circ$$

$$V_{CN} = V_P \angle -150^\circ$$

$$V_{AB} = V_\ell \angle 120^\circ$$

$$V_{BC} = V_\ell \angle 0^\circ$$

$$V_{CA} = V_\ell \angle -120^\circ$$

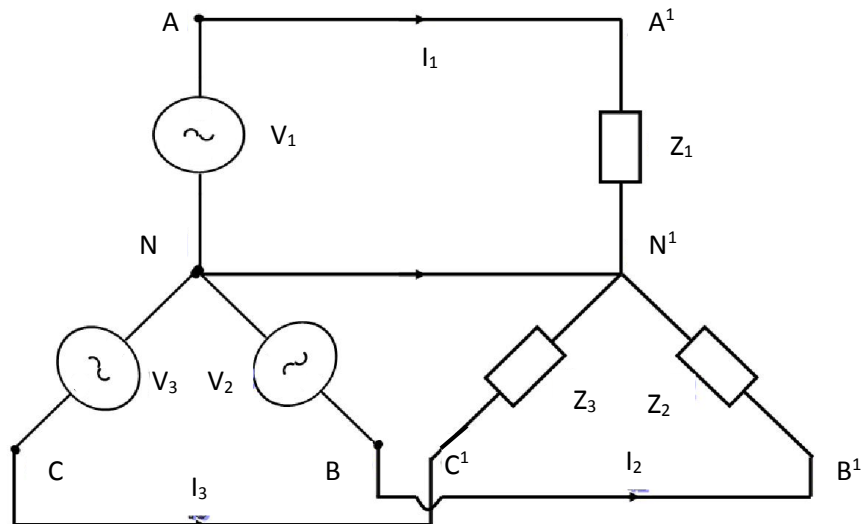
3. Sistem Beban Dibedakan Dua Hal

- Beban balance (setimbang)

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = 2 < \varphi$$
- Beban tidak balance (tidak setimbang)

$$Z_1 = Z_2 \neq Z_3 \text{ atau } Z_1 \neq Z_2 \neq Z_3$$

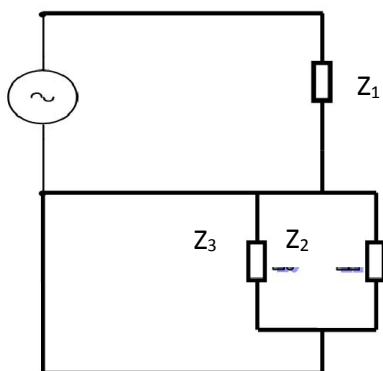
4. Kita Tinjau Pada Beban Balance



$$\bar{I}_{NN'} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3$$

$$\text{Di sini } \bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \bar{Z}_3$$

Dengan teorema superposisi diperoleh sebagai berikut:



$$\text{Maka } I_1 = V_1 / Z_1$$

Dengan cara yang sama

$$I_2 = V_2 / Z_2$$

$$I_3 = V_3 / Z_3 \text{ Maka}$$

$$\text{Jika } V_1 = V_p \angle 90^\circ$$

$$V_2 = V_p \angle -30^\circ$$

$$V_3 = V_p \angle -150^\circ$$

Disini beban balance $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z < \varphi$

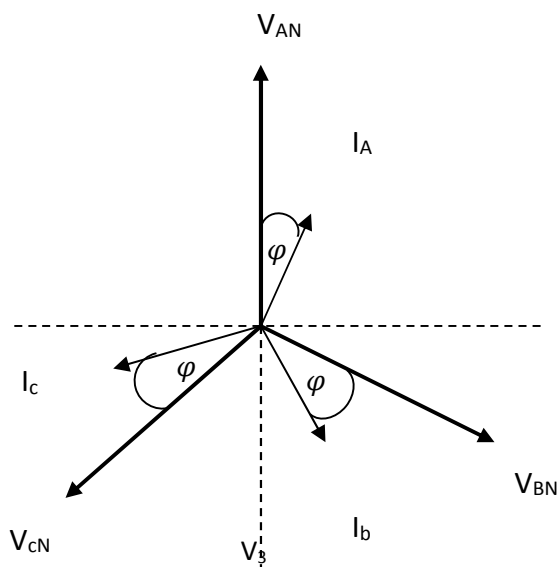
Maka:

$$I_1 = \frac{V \angle 90^\circ}{Z \angle \varphi} = I \angle (90^\circ - \varphi)$$

$$I_2 = \frac{V \angle -30^\circ}{Z \angle \varphi} = I \angle (-30^\circ - \varphi)$$

$$I_3 = \frac{V \angle -150^\circ}{Z \angle \varphi} = I \angle (-150^\circ - \varphi)$$

Phasor Diagram



Disini

$$I_N = I_A + I_B + I_C = 0$$

$$I_{NN'} = 0$$

Ini dapat dibuktikan misalnya $\varphi^0 = 0^0$

Maka

$$I_A = I \angle 90^\circ$$

$$I_B = I \angle -30^\circ$$

$$I_C = I \angle -150^\circ$$

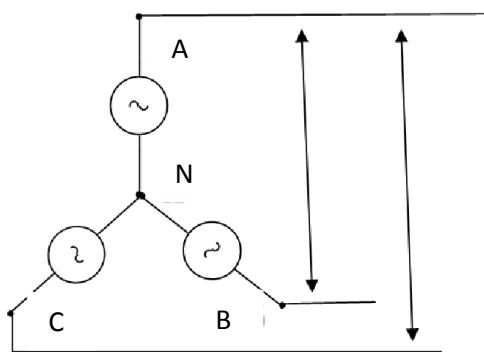
Sumbu x, $I \cos 30^\circ - I \cos 30^\circ = 0$

Sumbu y, $I - (I \sin 30^\circ + I \sin 30^\circ)$

$$I - \left(\frac{1}{2}I + \frac{1}{2}I\right) = 0$$

Jadi untuk beban balance kita perlu menghubungkan NN' atau tidak perlu kawat phasa.

Tegangan Phasa dan Tegangan Kawat



V_{AN}, V_{BN}, V_{CN} tegangan phasa

V_{AB}, V_{BC}, V_{CA} tegangan kawat

Line to line voltage = $V\ell$

$$|V_{AB}| = |V_{BC}| = |V_{CA}|$$

Hubungan Antara Tegangan Kawat ($V\ell$) Dan V_P (Tegangan Phasa)

Perhatikan gambar di halaman terdahulu no.7 (simbul)

Loop ANBA

$$V_{AN} + V_{BN} + V_{BA} = 0$$

$$V_{BA} = -(V_{AN} + V_{NB})$$

$$V_{AB} = V_{AN} + V_{NB}$$

$$= V_{AN} + V_{BN}$$

$$= V_P \angle 90^\circ - V_P \angle -30^\circ$$

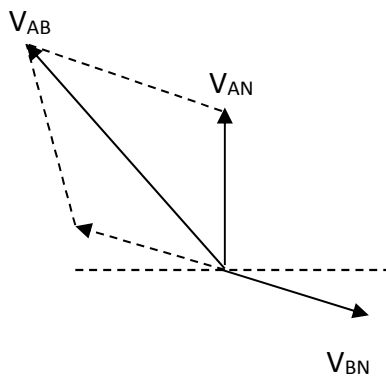
$$= JV_P - (V_P \cos(-30^\circ) + JV_P \sin(-30^\circ))$$

$$= JV_P - \left(\frac{1}{2}V_P - J\frac{1}{2}V_P\right)$$

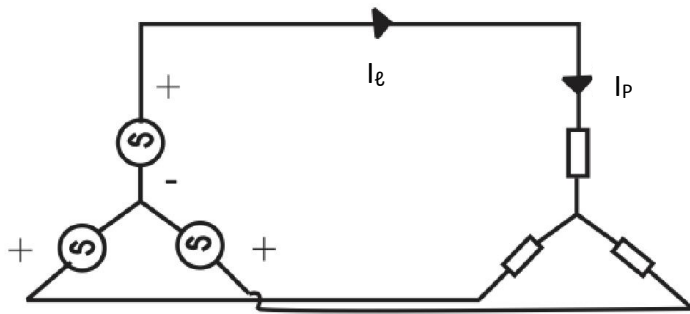
$$= -\frac{1}{2}V_P + \frac{3}{2}JV_P$$

$$V_{AB} = V_P \sqrt{3} \angle 120^\circ$$

Gambarnya :



Hubungan Arus Phasa Dan Arus Kawat (I_P dan $I\ell$)



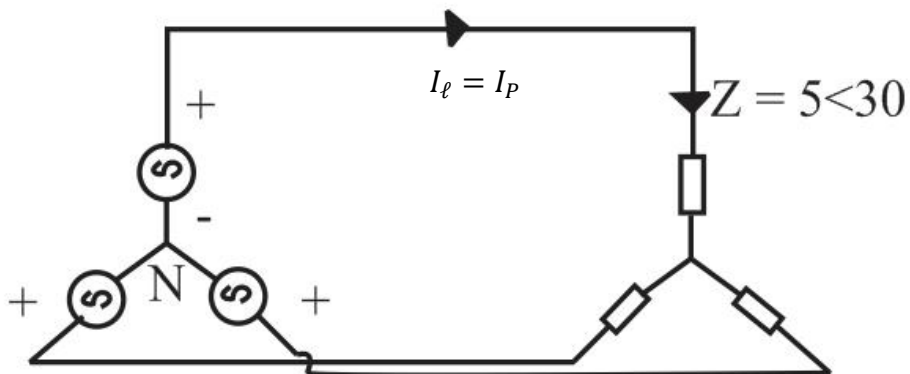
$$\therefore I_l = I_p$$

Hubungan Y – Δ:

Dapat diselesaikand engan dua cara :

- Ubah beban dari hubungan Δ menjadi hubungan Y maka akan diperoleh hubungan Y – Y
- Ubah generator Y menjadi Δ maka akan diperoleh hubungan Δ – Δ (cara ini sering terutama pada beban tidak balans)

Contoh Soal:



Diketahui : $V_l = 100$ Volt

$Z = 5 < 300$

Cari $I_l = \dots\dots?$

Jawab : Hati – hati untuk menghitung I_l di sini sebab tidak bisa langsung

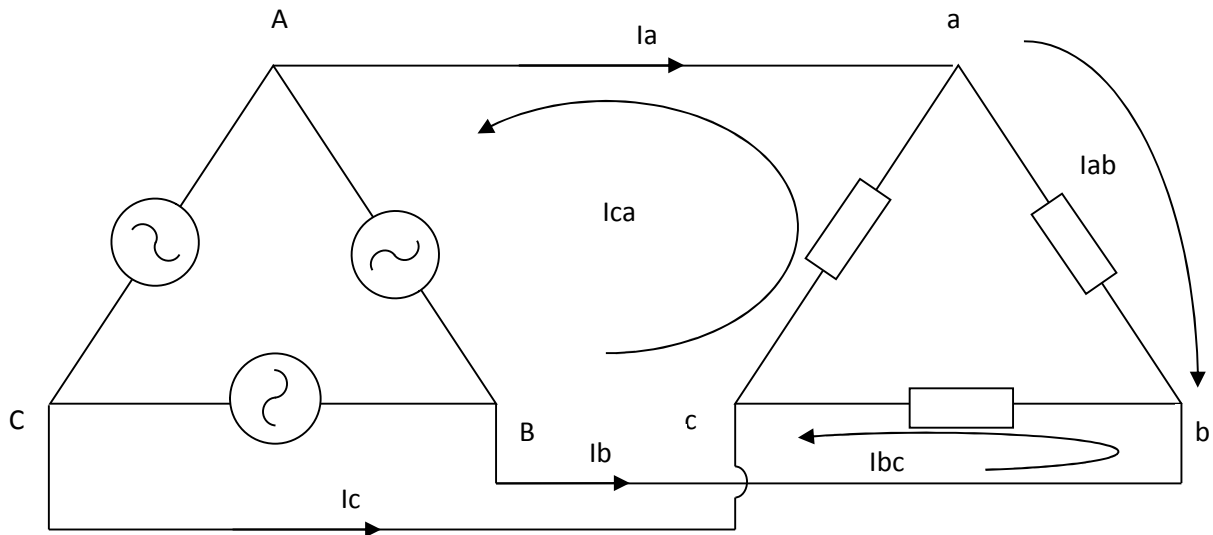
Disini $I_l = I_p$ tetapi $V_l \neq V_p$

$$V_l = V_p \sqrt{3} \quad \longrightarrow \quad V_p = \frac{V_l}{\sqrt{3}} = \frac{100}{\sqrt{3}}$$

$$I_{\ell} = I_P = \frac{100}{\sqrt{3}} < 30^{\circ}$$

$$I_{\ell} = I_P = \frac{20}{\sqrt{3}} < -30^{\circ}$$

Hubungan $\nabla - \nabla$:



Perhatikan Disini:

$$|V_{AB}| = |V_L| = |V_{ph}|$$

$$|V_{BC}| = |V_L| = |V_{ph}|$$

$$|V_{CA}| = |V_L| = |V_{ph}|$$

I_A, I_B, I_C adalah arus kawat

I_a, I_b, I_c adalah arus phasa

Di titik a :

$$\sum i = 0$$

$$I_A + I_{ca} - I_{ab} = 0$$

$$I_A = I_{ab} - I_{ca} \quad \Rightarrow \quad \text{Menurut Perhitungan}$$

$$I_A = I_{ph}\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad \text{disini } I_L = I_{ph}\sqrt{3}$$

Kesimpulan

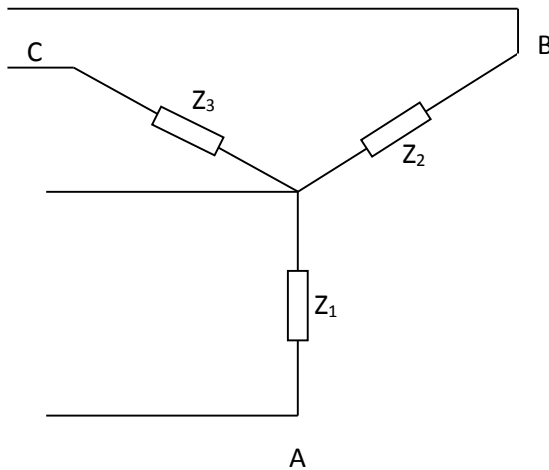
1. Untuk hubung $Y - Y$ $V_l = \sqrt{3}V_{ph}$ “ingat hanya besarnya saja”
 $I_l = I_p$
2. Untuk hubung $\Delta - \Delta$ $I_l = \sqrt{3}I_{ph}$
 $V_l = V_{ph}$

Hubungan $\Delta - Y$:

Ada duacara :

1. Ubah beban Y menjadi Δ maka didapat hubungan $\Delta - \Delta$
2. Ubah gen Δ menjadi Y maka didapat hubungan $Y - Y$ terutama untuk beban balans

Daya sistem tiga phasa:



Daya total

$$P_{Z_1} + P_{Z_2} + P_{Z_3}$$

$$P_{Z_1} = I_1 V_1 \cos \phi_1$$

Disini : $P_{Z_1} = I V_1 \cos \phi_1$

$$P_{Z_2} = I V_2 \cos \phi_2$$

$$P_{Z_3} = I V_3 \cos \phi_3$$

$$\text{jadi } P_z \text{ Total} = 3 I_p V_p \cos \phi$$

Karena $I_l = I_p$ dan $V_l = \sqrt{3}V_{ph}$, maka $3 I_p V_p = \frac{3 I_l V_l}{\sqrt{3}} \cos \phi$

Atau $P_z \text{ total} = \sqrt{3} I_l V_l \cos \phi$

Evaluasi

Diketahui beban tiga phasa balans Y dengan $Z = 10 \angle 53,130$ dihubungkan ke sumber 3 phasa 208 (rms line to line) ABC. Cari : V_{AN} ; V_{BN} ; V_{CN} ; V_{AB} ; V_{CB} ; V_{CA}
 I_A ; I_B ; I_C .

Kunci jawaban.

$$\begin{aligned} V_{AN} &= 120 \angle 90^0 & I_A &= 12 \angle 36,87^0 \\ V_{BN} &= 120 \angle 90^0 & I_B &= 12 \angle -83,13^0 \\ V_{CN} &= 120 \angle 90^0 & I_C &= 12 \angle -203,13^0 \\ V_{AB} &= 208 \angle 120^0 \\ V_{CB} &= 208 \angle 0^0 \\ V_{CA} &= 208 \angle -120^0 \end{aligned}$$

Jika jawaban anda sudah sesuai, berarti anda sudah paham materi diatas, apabila masih belum sesuai, ulangi lagi.

BEBAN 3 PHASA BALANS

A. Tujuan

Setelah mempelajari modul ini anda diharapkan:

1. Dapat menghitung arus dan tegangan pada beban 3 phasa balans terhubung Y.
2. Dapat menghitung arus dan tegangan pada beban 3 phasa balans terhubung Δ

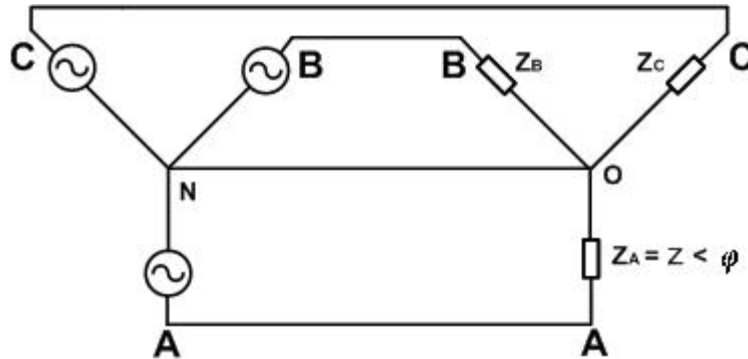
B. Refferensi

1. David E Johson: "*Electric Circuit Analysis*", Prentice Hall International Edition, 1989, 1992
2. Ed Minister, Joseph: "*Theory and Problems of Electric Circuits*", Mc Graw Hill, 1995
3. Hayt Wiliams: "*Engineering Circuit Analysis*", Mc Graw Hill, 1991
4. Ralph J Smith: "*Circuits, Devices & Systems*", Jhon Wiley & Sons, 1995
5. Richard C Dorf, James A Svoboda: "*Introduction to Electric Circuits*", Jhon Wiley & Sons, 2001

C. Uraian Materi

Beban 3 fasa balans Y dengan sumber CBA

$$Z_A = Z_B = Z_C = Z < \varphi$$



$$V_{AN} = V_P < -90^\circ$$

$$V_{BN} = V_P < 30^\circ$$

$$V_{CN} = V_P < 150^\circ$$

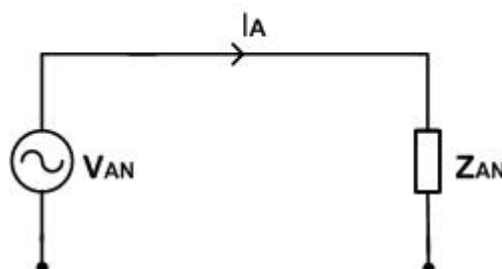
Pada beban balans Y berlaku :

$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} = \frac{V_P < -90^\circ}{Z < \varphi} = \frac{V_P}{Z} < -(90^\circ + \varphi)$$

$$I_B = \frac{V_{BN}}{Z_B} = \frac{V_P < 30^\circ}{Z < \varphi} = \frac{V_P}{Z} < (30^\circ + \varphi)$$

$$I_C = \frac{V_{CN}}{Z_C} = \frac{V_P < 150^\circ}{Z < \varphi} = \frac{V_P}{Z} < (150^\circ + \varphi)$$

Atau menggunakan diagram satu kawat.



$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} = \frac{V_P < -90^\circ}{Z < \varphi}$$

$$I_A = \frac{V_P}{Z} < -90^\circ - \phi$$

$$|I_A| = |I_B| = |I_C|$$

Dengan sudut fasa berbeda 120° , sudut fasa untuk I_B ditambah 120° dari sudut fasa untuk I_A dan sudut fasa untuk I_C ditambah 240° dari sudut fasa untuk I_A .

Contoh :

Sumber 3 fasa Y CBA dengan tegangan 381 Volt (*line to line rms*).

Dihubungkan ke beban Y balans $Z = 10 < 30^\circ$.

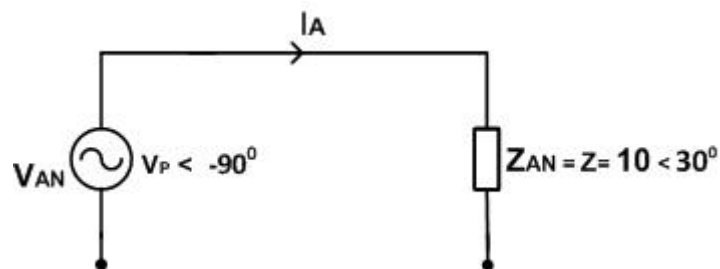
Carilah: I_A, I_B, I_C

Jawab:

$$V_C = 381 \text{ Volt}$$

$$V_P = \frac{381}{\sqrt{3}} = 220 \text{ Volt}$$

Gunakan diagram satu kawat.



$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} = \frac{220 < -90^\circ}{10 < 30^\circ} = 22 < -120^\circ$$

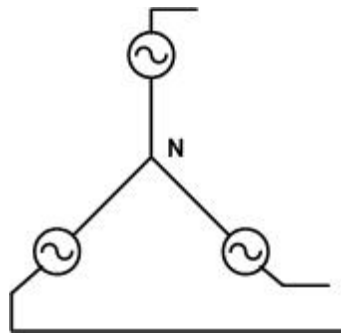
Maka :

$$I_B = 22 < -120^\circ + 120^\circ = 22 < 0^\circ \text{ A}$$

$$I_C = 22 < -120^\circ + 240^\circ = 22 < 120^\circ \text{ A}$$

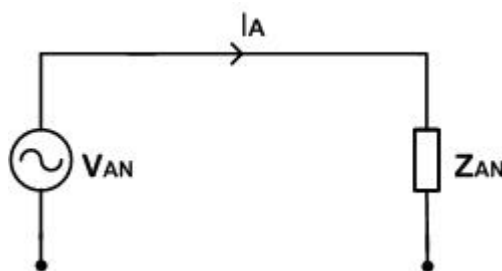
Beban balans Y dengan sumber system ABC.

Untuk system ABC:



$V_{AN} = V_P < 90^\circ$ $V_{AN} = V_P < -30^\circ$ $V_{CN} = V_P < -150^\circ$
--

Menggunakan diagram satu kawat.



$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} = \frac{V_P < 90^\circ}{Z < \phi} = \frac{V_P}{Z} < 90^\circ - \phi$$

Untuk system ABC , beban Y balans didapat $|I_A| = |I_B| = |I_C|$, dengan sudut phasa

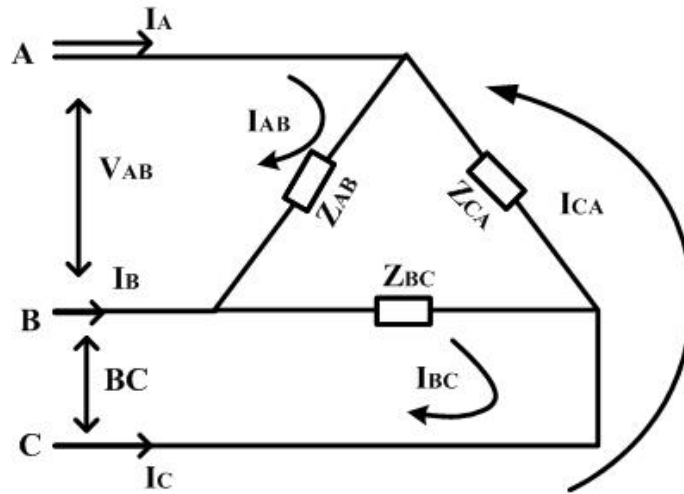
- I_B ditambah 120° dari sudut phasa I_A
- I_C ditambah 240° dari sudut phasa I_A

Dapat dibuktikan : $I_N = -(I_A + I_B + I_C) = 0$

Sumber 3 Phasa (3Φ) Terhubung Delta (Δ)

Untuk menghitung arus pada beban delta dapat di analisa sebagai berikut :

Kita lihat untuk system ABC.



Terlihat dari gambar I_{AB} , I_{BC} , I_{CA} adalah arus-arus fasa sedang I_A ; I_B ; I_C adalah arus kawat dengan menggunakan hukum *kirchoff* tentang arus akan didapat :

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC}$$

dan

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{V_C < 120^\circ}{Z < \varphi} = \frac{V_C}{Z} < (120^\circ - \varphi)$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{V_C < 0^\circ}{Z \varphi} = \frac{V_C}{Z} < -\varphi$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{V_C < -120^\circ}{Z \varphi} = \frac{V_C}{Z} < -(120^\circ + \varphi)$$

Maka:

$$I_A = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} - \frac{V_{CA}}{Z_{CA}}$$

$$I_B = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} - \frac{V_{AB}}{Z_{AB}}$$

$$I_C = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} - \frac{V_{BC}}{Z_{BC}}$$

Contoh :

Sebuah system ABC tiga fasa, tiga kawat dengan tegangan efektif antar kawat 120 Volt. Terhubung dengan impedansi balans $5,0 \angle 30^\circ$ dalam hubungan Δ .

Tentukan: $I_{AB}; I_{BC}; I_{CA}; I_A; I_B; I_C$.

Jawab:

Gunakan phasor efektif.

$$V_{AB} = 120 \angle 120^\circ$$

$$V_{BC} = 120 \angle 0^\circ$$

$$V_{CA} = 120 \angle -120^\circ$$

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{120 \angle 120^\circ}{5 \angle 30^\circ} = 24 \angle 90^\circ$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{120 \angle 0^\circ}{5 \angle 30^\circ} = 24 \angle -30^\circ$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{BC}} = \frac{120 \angle -120^\circ}{5 \angle 30^\circ} = 24 \angle -150^\circ$$

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}$$

$$I_A = 24 \angle 90^\circ - 24 \angle -150^\circ$$

$$I_A = j24 - (-20,78 - j12)$$

$$I_A = -20,78 + j36$$

$$I_A = 41,56 \angle 60^\circ \text{ A}$$

Dengan cara yang sama didapat:

$$I_B = 41,56 \angle (60^\circ - 120^\circ) \text{ A}$$

$$I_B = 41,56 \angle -60^\circ \text{ A}$$

$$I_B = 41,56 \angle (-60^\circ - 120^\circ) \text{ A}$$

$$I_C = 41,56 \angle -180^\circ \text{ A}$$

D. Evaluasi

Diberikan sumber 3 fasa CBA *line to line* $200\sqrt{3}$ rms dihubungkan terhadap sumber

1. Y balans, $Z = 10 \angle 45^\circ$. cari I_A ; I_B ; I_C
2. Δ balans, $Z = 10 \angle 60^\circ$ cari I_A ; I_B ; I_C

Kunci:

1. $I_A = 20 \angle -135^\circ$
 $I_B = 20 \angle -15^\circ$
 $I_C = 20 \angle -105^\circ$
2. $I_A = 60 \angle -150^\circ$
 $I_B = 60 \angle -30^\circ$
 $I_C = 60 \angle 90^\circ$

MODUL VI

BEBAN 3 PHASA BALANS PARALEL

A. Tujuan:

Setelah menyelesaikan modul ini, diharapkan pembaca dapat menghitung arus, tegangan dan daya pada beban – beban 3 phasa yang dipasang parallel balance (setimbang).

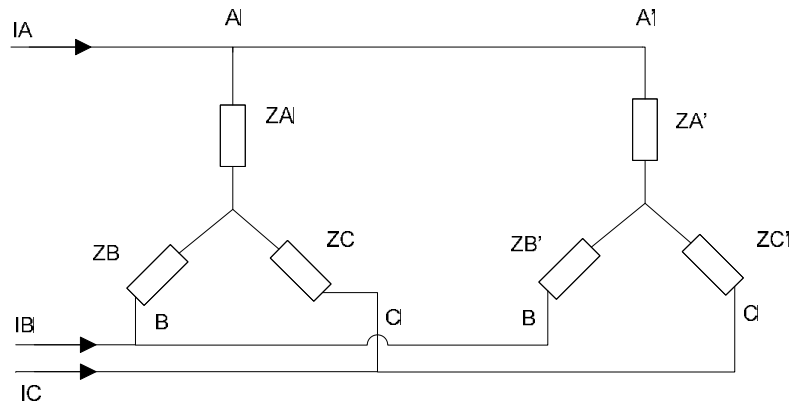
- Hubungan parallel beban $Y - Y$
- Hubungan parallel beban $Y - \Delta$
- Hubungan parallel beban $\Delta - \Delta$

B. Daftar Pustaka:

1. David E Johson: “*Electric Circuit Analysis*”, Prentice Hall International Edition, 1989, 1992
2. Ed Minister, Joseph: “*Theory and Problems of Electric Circuits*”, Mc Graw Hill, 1995
3. Hayt Wiliams: “*Engineering Circuit Analysis*”, Mc Graw Hill, 1991
4. Ralph J Smith: “*Circuits, Devices & Systems*”, Jhon Wiley & Sons, 1995
5. Richard C Dorf, James A Svoboda: “*Introduction to Electric Circuits*”, Jhon Wiley & Sons, 2001

Uraian materi

C. Beban parallel Y Balans system ABC

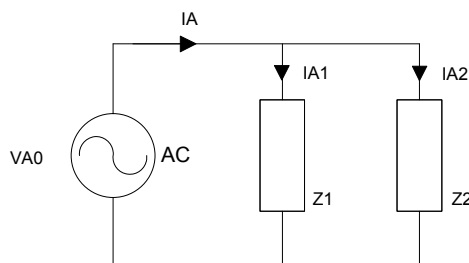


Untuk menghitung hubungan parallel diatas dimana :

$$Z_A = Z_B = Z_C = Z_1 = Z_1 \angle \varphi_1$$

$$Z_{A'} = Z_{B'} = Z_{C'} = Z_2 \angle \varphi_2$$

Dapat didekati dengan metoda pengganti diagram 2 kawat.



$$I_{A1} = \frac{V_{Ao}}{Z_A} = \frac{V_p \angle 90^\circ}{Z_1 \angle \varphi_1} = \frac{V_p}{z_1} \angle 90^\circ - \varphi_1$$

$$I_{A2} = \frac{V_{Ao}}{Z_{A'}} = \frac{V_p \angle 90^\circ}{Z_2 \angle \varphi_2} = \frac{V_p}{Z_2} \angle 90^\circ - \varphi_2$$

$$I_A = I_{A1} + I_{A2}$$

Untuk mendapatkan arus I_B dan I_C pada system ABC adalah dengan mengambil harga yang sama dan sudutnya sebagai berikut :

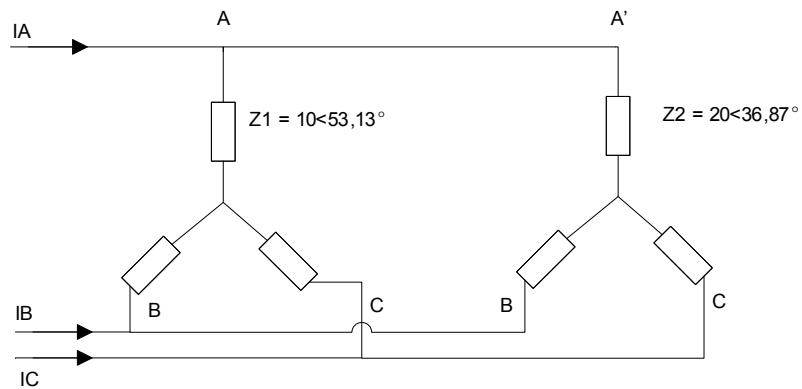
$$I_B = IA \angle (\varphi A - 120^\circ)$$

$$I_C = IA \angle (\varphi A - 240^\circ)$$

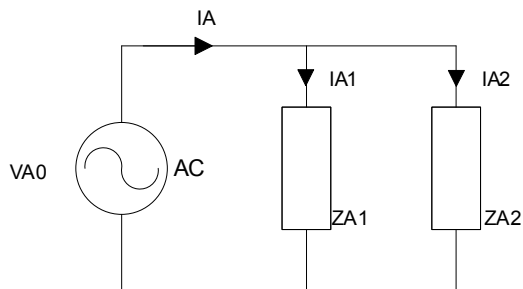
Contoh :

Diketahui beban identik (balans) 3 fasa $Y, Z = 10 \angle 53,13^\circ$ paralel dengan beban identik 3 fasa $Y, Z = 20 \angle 36,87^\circ$ dipasang pada sumber 280 (rms) line to line system ABC.

Cari : IA, IB, IC dan daya total ?



Diketahui : $V_l = 208$ (efektif)



$$\begin{aligned} IA &= IA_1 + IA_2 \\ &= \frac{VA_n}{ZA_1} + \frac{VA_n}{ZA_2} \\ &= VA_n \left(\frac{1}{ZA_1} + \frac{1}{ZA_2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 IA &= \frac{208}{V_3} \angle 90^\circ \left(\frac{1}{10 \angle 53,13^\circ} + \frac{1}{20 \angle 36,87^\circ} \right) \\
 &= 120 \angle 90^\circ (0,1 \angle -53,13^\circ + 0,05 \angle -36,87^\circ) \\
 &= 120j ((0,06 - j0,08) + (0,04 - j0,03)) \\
 &= 120j (0,1 - j0,11)A
 \end{aligned}$$

$$IA = 12j + 13,2 = 17,84 \angle 42,27^\circ$$

$$IB = 17,84 \angle (42,27^\circ - 120^\circ)$$

$$= 17,84 \angle -77,73^\circ A$$

$$IC = 17,84 \angle (42,27^\circ - 240^\circ) = 17,84 \angle -197,73^\circ A$$

$$P_{total} Y_1 = 3 \cdot V_p \cdot I_{P_1} \cdot \cos \varphi_1$$

$$= 3 \cdot 120 \cdot \frac{120}{10} \cdot \cos 53,13^\circ$$

$$= 3 \cdot 120 \cdot 12 \cdot 0,6$$

$$= 2592 \text{ watt}$$

$$P_{total} Y_2 = 3 \cdot V_p \cdot I_{p_2} \cdot \cos \varphi_2$$

$$= 3 \cdot 120 \cdot \frac{120}{20} \cos 36,87^\circ$$

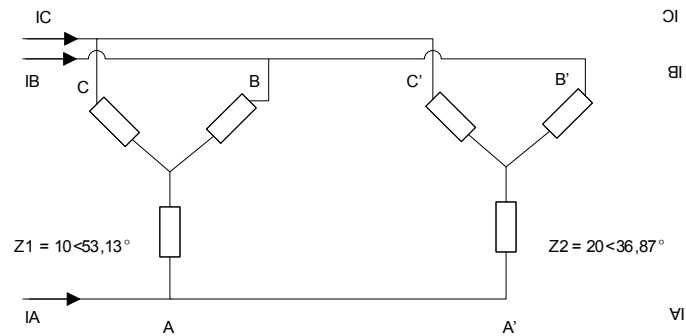
$$= 3 \cdot 120 \cdot 6 \cdot 0,8 = 1728 \text{ watt}$$

$$P_{total} = P_{total} Y_1 + P_{total} Y_2$$

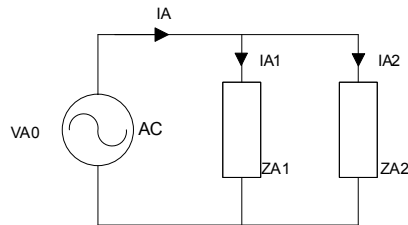
$$= 2592 + 1728$$

$$= 4320 \text{ watt}$$

Beban parallel bintang (Y) system CBA
 Seperti soal A tetapi dengan sistem CBA



Diketahui : $V_C = 208$ (efektif)



$$\begin{aligned}
 IA &= IA_1 + IA_2 \\
 &= \frac{VA_n}{ZA_1} + \frac{VA_n}{ZA_2} \\
 &= VA_n \left(\frac{1}{ZA_1} + \frac{1}{ZA_2} \right) \\
 IA &= \frac{208}{\sqrt{3}} \angle -90^\circ \left(\frac{1}{10 \angle 53,13^\circ} + \frac{1}{20 \angle 36,87^\circ} \right) \\
 &= 120 \angle -90^\circ (0,1 \angle -53,13 + 0,05 \angle -36,87) \\
 &= -120j((0,06 - j0,08) + (0,04 - j0,03)) \\
 &= -120j(0,1 - j0,11) \text{ A} \\
 &= -12j - 13,2 \\
 &= -13,2 - 12j
 \end{aligned}$$

$$IA = 17,84 \angle -137,73^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned}
 IB &= 17,84 \angle (-137,73^\circ + 120^\circ) \\
 &= 17,84 \angle -17,73^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

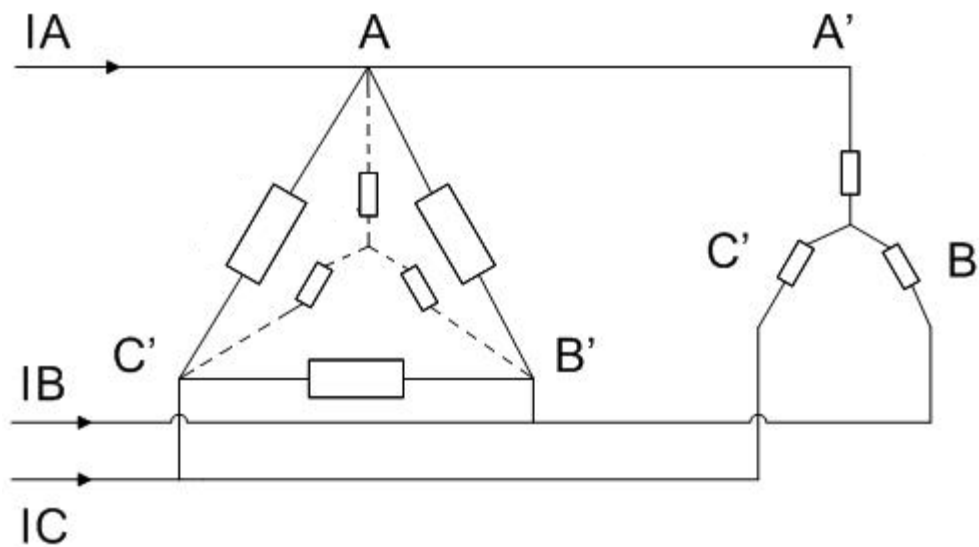
$$\begin{aligned}
 IC &= 17,84 \angle (-137,73^\circ + 240^\circ) \\
 &= 17,84 \angle 102,27^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{total Y_1} &= 3 \cdot V_p \cdot I_{p_1} \cdot \cos \varphi_1 \\
 &= 3 \cdot 120 \cdot \frac{120}{10} \cdot \cos 53,13^\circ \\
 &= 3 \cdot 120 \cdot 12 \cdot 0,6 \\
 &= 2592 \text{ watt}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{total Y_2} &= 3 \cdot V_p \cdot I_{p_2} \cdot \cos \varphi_2 \\
 &= 3 \cdot 120 \cdot \frac{120}{20} \cos 36,87^\circ \\
 &= 3 \cdot 120 \cdot 6 \cdot 0,8 = 1728 \text{ watt}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P_{total} &= P_{total Y_1} + P_{total Y_2} \\
 &= 2592 + 1728 \\
 &= 4320 \text{ watt}
 \end{aligned}$$

Hubungan parallel balans daya beban $\Delta - Y$

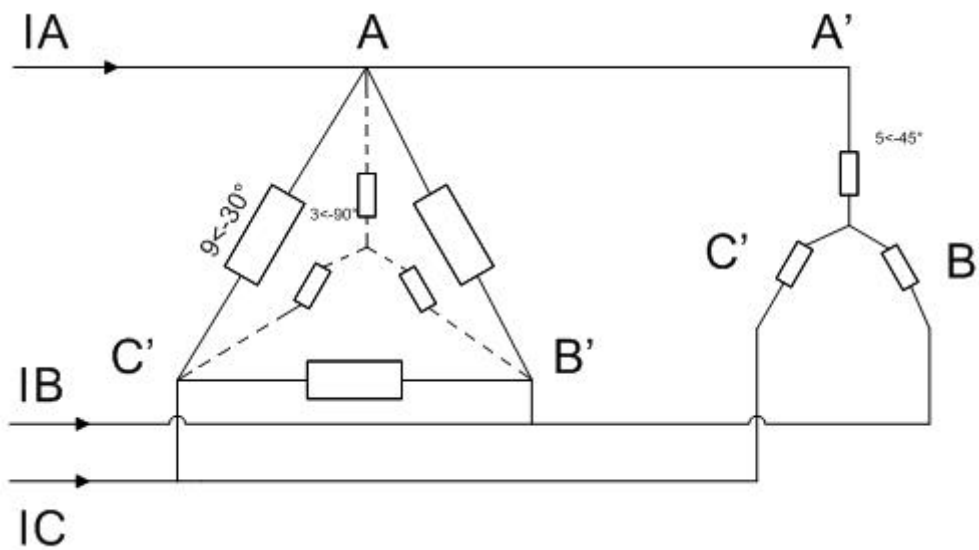


Langkah penyelesaian sebagai berikut :

1. Ubah beban $\Delta - Y$
2. Hubungkan 4 kawat
3. Diagram 1 kawat

Contoh : 3 beban identik masing –masing $9 \angle -30^\circ$ dalam hubungan Δ dan 3 buah impedansi identik $5 \angle 45^\circ$. Keduanya dihubungkan dengan sumber 3 phasa, 3 kawat 381 Volt, (tegangan kawat harga RMS). ABC Hitung arus kawat dan daya total.

Jawab:



$$Z_1 = \frac{1}{3} Z_{\Delta} = 3 \angle -30^\circ$$

$$I_A = \frac{381 \angle 90^\circ}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{1}{3 \angle -30^\circ} + \frac{1}{5 \angle 45^\circ} \right)$$

$$= 220 \angle 90^\circ (0,31 + j0,11 + 0,14 - j0,14)$$

$$= 220j (0,428 - j0,02) A$$

$$= j94,16 + 48,4$$

$$= 48,4 + j94,16$$

$$I_A = 105,87 \angle 62,79^\circ A$$

$$I_B = 105,87 \angle (62,79^\circ - 120^\circ)$$

$$= 105,87 \angle -57,21^\circ A$$

$$I_C = 105,87 \angle (62,79^\circ - 240^\circ)$$

$$= 105,87 \angle -177,21^\circ \text{ A}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{total } Y_1} &= 3 \cdot V_p \cdot I_{p_1} \cdot \cos \phi_1 \\ &= 3 \cdot 220 \cdot \frac{220}{3} \cdot \cos 30^\circ \\ &= 41.915,6 \text{ watt} \end{aligned}$$

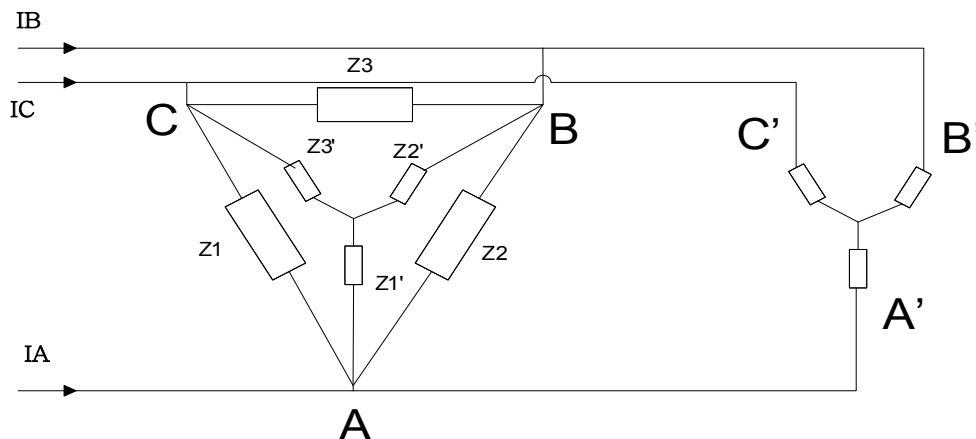
$$\begin{aligned} P_{\text{total } Y_2} &= 3 \cdot V_p \cdot I_{p_2} \cdot \cos \phi_2 \\ &= 3 \cdot 220 \cdot \frac{220}{5} \cos 45^\circ \\ &= 29040 \text{ watt} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{\text{total}} &= P_{\text{total } Y_1} + P_{\text{total } Y_2} \\ &= 41.915,6 + 29.040 \\ &= 70.955,6 \text{ watt} \end{aligned}$$

Sistem C B A

Diketahui beban identik (balans) 3 fasa Δ , $Z = 30 \angle 53,13^\circ$ paralel dengan beban identik 3 fasa Y, $Z = 20 \angle 36,87^\circ$ dipasang pada sumber 381 (rms) line to line CBA

Cari I_A , I_B , I_C dan daya total.



$$Z_1' = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2 + Z_3} = \frac{30 \angle 53,13^\circ \cdot 30 \angle 53,13^\circ}{3(30 \angle 53,13^\circ)}$$

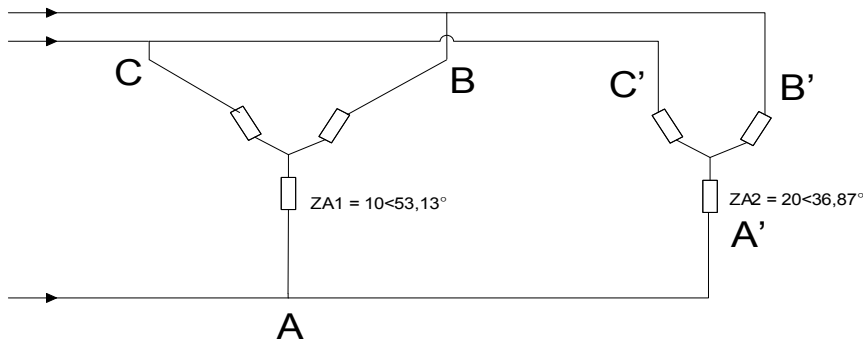
$$Z'_1 = \frac{900 \angle 106,26^\circ}{90 \angle 53,13^\circ}$$

$$= 10 \angle 53,13^\circ$$

$$I_A = \frac{381}{\sqrt{3}} \angle -90^\circ \left(\frac{1}{10 \angle 53,13^\circ} + \frac{1}{20 \angle 36,87^\circ} \right)$$

$$= 220 \angle -90^\circ (0,1 \angle -53,13^\circ + 0,05 \angle -36,87^\circ)$$

$$= -220j [0,1 - j0,11]$$



$$I_A = -22j - 24,2$$

$$I_A = -24,2 - 22j$$

$$= 32,71 \angle -137,73^\circ$$

$$I_B = 220 \angle (-137,73^\circ + 120^\circ)$$

$$= 220 \angle -17,83^\circ \text{ A}$$

$$I_C = 220 \angle (-137,73^\circ + 240^\circ)$$

$$= 220 \angle 102,27^\circ \text{ A}$$

$$P_{\text{total } Y_1} = 3 \cdot V_p \cdot I_{p1} \cdot \cos \phi_1$$

$$= 3 \cdot 220 \cdot \frac{220}{10} \cdot \cos 53,13$$

$$= 3 \cdot 220 \cdot 22 \cdot 0,6$$

$$= 8712 \text{ watt}$$

$$\begin{aligned} P_{total Y_2} &= 3 \cdot V_p \cdot IP_2 \cdot \cos \varphi_2 \\ &= 3 \cdot 220 \cdot \frac{220}{20} \cdot \cos 36,87 \\ &= 3 \cdot 220 \cdot 11 \cdot 0,8 \\ &= 5808 \text{ watt} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Maka } P_{total} &= P_{total Y_1} + P_{total Y_2} \\ &= 8712 + 5808 = 14520 \text{ watt} \end{aligned}$$

MODUL VII

PENGUKURAN DAYA SISTEM 3 PHASA

A. Tujuan:

Setelah mempelajari modul ini diharapkan dapat melakukan pengukuran dan perhitungan daya tiga phasa menggunakan tiga watt meter dan dua watt meter.

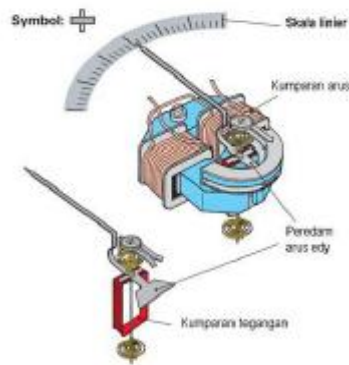
B. Daftar Pustaka:

1. David E Johson: "*Electric Circuit Analysis*", Prentice Hall International Edition, 1989, 1992
2. Ed Minister, Joseph: "*Theory and Problems of Electric Circuits*", Mc Graw Hill, 1995
3. Hayt Wiliams: "*Engineering Circuit Analysis*", Mc Graw Hill, 1991
4. Ralph J Smith: "*Circuits, Devices & Systems*", Jhon Wiley & Sons, 1995
5. Richard C Dorf, James A Svoboda: "*Introduction to Electric Circuits*", Jhon Wiley & Sons, 2001

C. Uraian Materi

Pengukuran daya 3 phasa

Pengukuran daya disebut *Wattmeter*, prinsip kerjanya berdasarkan elektrodinamik ***gambar-1*** Memiliki dua belitan, yaitu belitan tegangan dan belitan arus. Terdiri dua bagian, yaitu magnet diam dengan belitan tegangan, dan bagian yang bergerak merupakan lilitan arus menggerakkan jarum penunjuk. Interaksi dua fluk magnet tegangan dan fluk magnet arus menghasilkan torsi menggerakkan jarum. Simpangan jarum sebanding dengan daya $P = U \cdot I \cdot \cos \phi$



Pengukuran daya listrik tiga phasa dengan wattmeter dapat dilakukan dengan wattmeter satu phasa ***gambar-1***. Wattmeter ini memiliki dua belitan, yaitu belitan tegangan terminal dan belitan arus dihubungkan ke kawat netral.

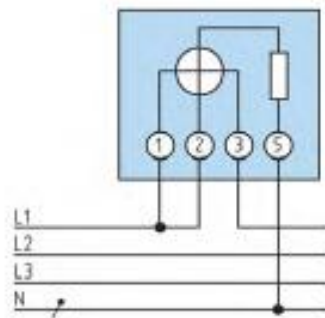
Hasil ukur = 3 x penunjukan wattmeter.(beban balans)

Untuk daya yang sangat besar, arus beban mencapai puluhan sampai ratusan ampere, dipakai alat bantu berupa trafo arus CT. Rating trafo arus CT tersedia dalam berbagai ukuran, misalnya 100/5 artinya mampu sampai arus beban primer 100 A dan arus sekunder ke wattmeter 5 A. Trafo arus CT, bagian primer satu belitan saja, yaitu kabel jala-jala yang dimasukkan ke lubang tengahnya, bagian sekunder terdapat terminal *L* – *K*.

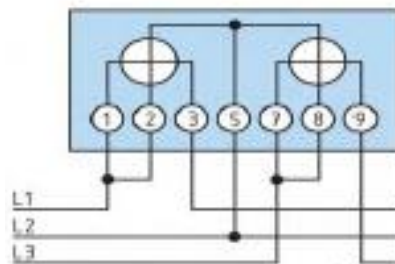
Pengawatan trafo arus CT dengan wattmeter lihat ***gambar-3***. B. Bagian primer CT sisi *K* berhadapan dengan sumber tegangan *L1*, sisi *L* berhadapan dengan bagian beban,

tidak boleh terbalik. Sekunder CT dihubungkan ke belitan arus wattmeter, terminal k ke kaki 1 sekaligus sambungkan dengan grounding, dan terminal l disambungkan kaki 3. Belitan tegangan kaki 2 dihubungkan L1 dan kaki 5 ke L2 dan kaki 8 terhubung ke L3.

Hasil ukur = 3 x penunjukan wattmeter.



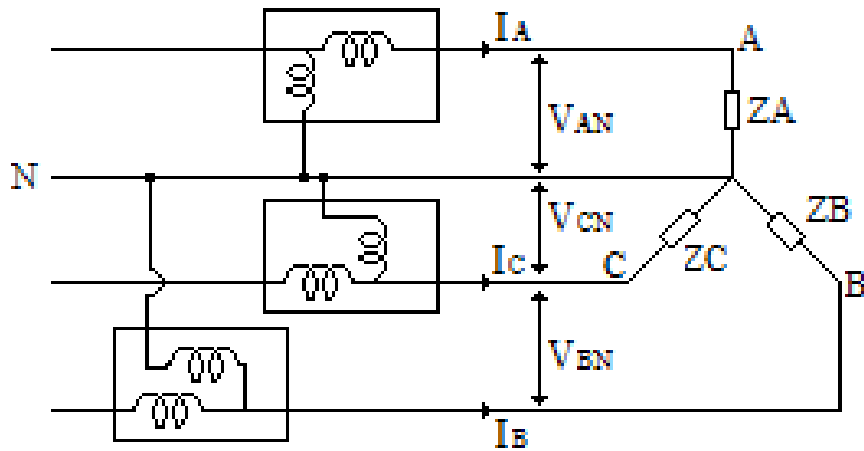
Pengukuran wattmeter tiga fasa dapat digunakan dengan rangkaian ***gambar-4***. Terdapat



dua belitan arus, yaitu kaki 1-3 dan kaki 7-9. Belitan tegangan juga ada dua buah, yaitu kaki 2-5 dan kaki 5-8. Kawat L1, L2 dan L3 dihubungkan ke sumber tegangan PLN. Kawat L1 masuk ke belitan arus-1 lewat kaki 1 dan 3, sekaligus kaki 2 dikopel ke kaki 3 menuju ke belitan tegangan, kaki 5 ke jala-jala L2. Jala-jala L3 kaki 7 masuk belitan arus ke kaki 9 selanjutnya terhubung ke beban.

PENGUKURAN DENGAN 3 BUAH WATTMETER

HUBUNGAN 4 KAWAT



W_A membaca : $V_{AN} I_A \cos \phi$. ϕ adalah sudut antara V_{AN} dan I_A

W_B membaca : $V_{BN} I_B \cos \phi$. ϕ adalah sudut antara V_{BN} dan I_B

W_C membaca : $V_{CN} I_C \cos \phi$. ϕ adalah sudut antara V_{CN} dan I_C

Untuk beban balas $W_A = V_P I_P \cos \phi$

$$W_B = V_P I_P \cos \phi$$

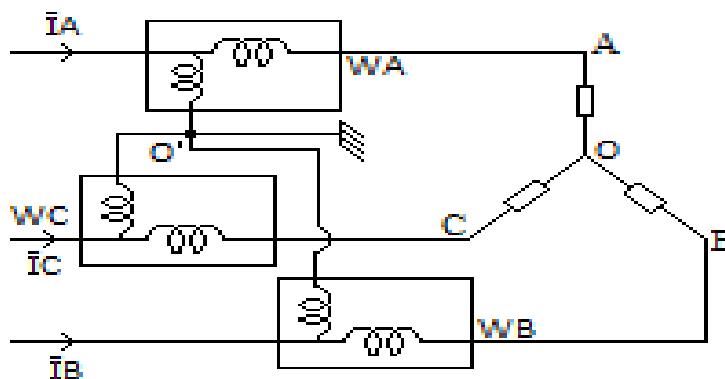
$$W_C = V_P I_P \cos \phi$$

$$W_A + W_B + W_C = P_T$$

$$P_T = 3 V_P I_P \cos \phi = \sqrt{3} V_\ell I_\ell \cos \phi, \text{ karena } V_\ell = \sqrt{3} V_P$$

Kalau perhatikan gambar diatas, ternyata bahwa kawat netral ON dihubungkan dengan ketiga ground dari wattmeter

HUBUNGAN 3 KAWAT



Dapat kita lihat netral di Satukan tanpa kawat ON
Perlu dibuktikan apakah $W_A + W_B + W_C = P_T$

Untuk memudahkan pembuktian ini kita gunakan rumus daya:

$$P = \text{RE} [\mathbf{V} \mathbf{I}^*]$$

$$W_A = \text{RE} [\mathbf{V}_{AO'} \mathbf{I}_A^*]$$

$$W_B = \text{RE} [\mathbf{V}_{BO'} \mathbf{I}_B^*]$$

$$W_C = \text{RE} [\mathbf{V}_{CO'} \mathbf{I}_C^*]$$

$$\text{Loop AOO'A} : \quad \mathbf{V}_{AO} + \mathbf{V}_{OO'} + \mathbf{V}_{O'A} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{V}_{AO'} = \mathbf{V}_{AO} + \mathbf{V}_{OO'}$$

$$\mathbf{V}_{BO'} = \mathbf{V}_{BO} + \mathbf{V}_{OO'}$$

$$\mathbf{V}_{CO'} = \mathbf{V}_{CO} + \mathbf{V}_{OO'}$$

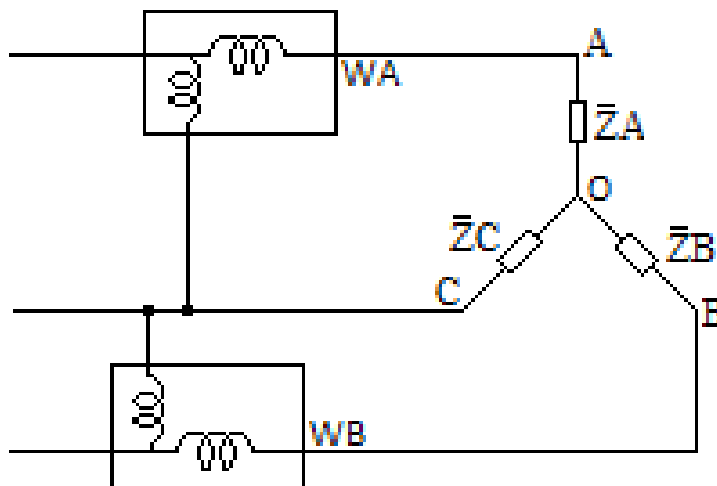
$$W_A + W_B + W_C = \text{RE} [(\mathbf{V}_{AO} + \mathbf{V}_{OO'}) \mathbf{I}_A^* + (\mathbf{V}_{BO} + \mathbf{V}_{OO'}) \mathbf{I}_B^* + (\mathbf{V}_{CO} + \mathbf{V}_{OO'}) \mathbf{I}_C^*]$$

$$W_A + W_B + W_C = \text{RE} [\mathbf{V}_{AO} \mathbf{I}_A^* + \mathbf{V}_{BO} \mathbf{I}_B^* + \mathbf{V}_{CO} \mathbf{I}_C^*] + \text{RE} [\mathbf{V}_{OO'} (\mathbf{I}_A^* + \mathbf{I}_B^* + \mathbf{I}_C^*)]$$

$$W_A + W_B + W_C = P_{ZA} + P_{ZB} + P_{ZC}$$

Keadaan diatas sering disebut sebagai pengukuran daya system 3 phasa dengan 3 buah wattmeter dan floating netral (netral mengambang).

PENGUKURAN DENGAN DUA BUAH WATTMETER



$$W_A = \text{Re} [\mathbf{V}_{AC} \mathbf{I}_A^*]$$

$$W_B = \text{Re} [\mathbf{V}_{BC} \mathbf{I}_B^*]$$

Harus dibuktikan bahwa :

$$W_A + W_C = P_{ZA} + P_{ZB} + P_{ZC} = \text{RE} [\mathbf{V}_{AO} \mathbf{I}_A^* + \mathbf{V}_{BO} \mathbf{I}_B^* + \mathbf{V}_{CO} \mathbf{I}_C^*]$$

Bukti :

$$\text{Loop AOCA} : \quad \mathbf{V}_{AO} + \mathbf{V}_{OC} + \mathbf{V}_{CA} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{V}_{AC} = \mathbf{V}_{AO} + \mathbf{V}_{OC}$$

$$\text{Loop BOCB} : \quad \mathbf{V}_{BO} + \mathbf{V}_{OC} + \mathbf{V}_{CB} = \mathbf{0} \rightarrow \mathbf{V}_{BC} = \mathbf{V}_{BO} + \mathbf{V}_{OC}$$

$$W_A + W_C = \text{RE} [(\mathbf{V}_{AO} + \mathbf{V}_{OC}) \mathbf{I}_A^* + (\mathbf{V}_{BO} + \mathbf{V}_{OC}) \mathbf{I}_B^*]$$

$$= \text{RE} [\mathbf{V}_{AO} \mathbf{I}_A^* + \mathbf{V}_{BO} \mathbf{I}_B^* + \mathbf{V}_{CO} (\mathbf{I}_A^* + \mathbf{I}_B^*)]$$

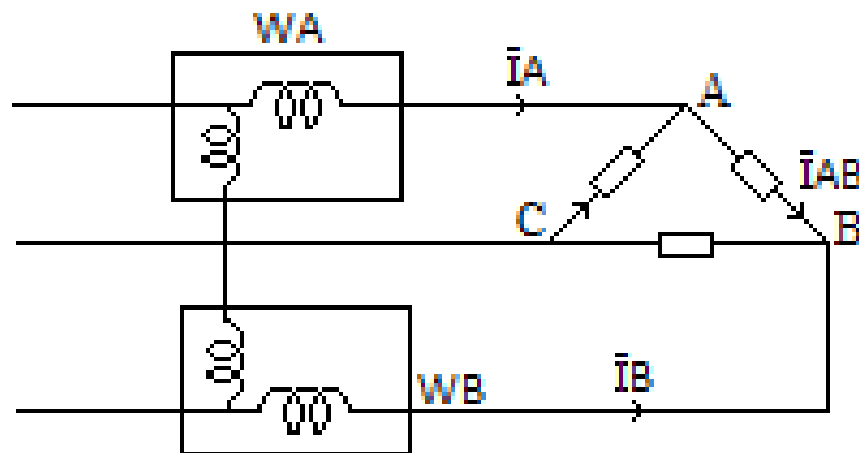
Menurut hukum kirchoff arus : $I_A + I_B + I_C = 0$

$$I_A^* + I_B^* + I_C^* = 0 \text{ atau } I_A^* + I_B^* = -I_C^*$$

Jadi : $W_A + W_C = \text{RE} [V_{AO} I_A^* + V_{BO} I_B^* + V_{CO} I_C^*] = P_T$

Kesimpulan

1. Untuk mengukur daya pada system 3 phasa cukup digunakan 2 buah wattmeter
2. Karena beban Y dapat di transformasikan menjadi beban Δ , maka hubungan diatas berlaku pula untuk beban Δ



$$W_A = \text{RE} [V_{AC} I_A^*] \text{ dan } W_B = \text{RE} [V_{BC} I_B^*]$$

Buktikan bahwa : $W_A + W_B = P_T$

$$P_{ZAB} = \text{RE} [V_{AB} I_{AB}^*]$$

$$P_{ZBC} = \text{RE} [V_{BC} I_{BC}^*]$$

$$P_{ZCA} = \text{RE} [V_{CA} I_{CA}^*]$$

$$P_T = \text{RE} [V_{AB} I_{AB}^* + V_{BC} I_{BC}^* + V_{CA} I_{CA}^*]$$

$$W_A + W_B = \text{RE} [V_{AC} (I_{AB}^* - I_{CA}^*) + V_{BC} (I_{BC}^* - I_{AB}^*)]$$

$$W_A + W_B = \text{RE} [V_{CA} I_{CA}^* + V_{BC} I_{BC}^* + I_{AB}^* (V_{AC} - V_{BC})]$$

$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CA} = 0 \rightarrow V_{AB} = (V_{AC} - V_{BC})$$

$$W_A + W_B = P_T$$

BEBAN TIGA FASE DENGAN DUA BUAH WATTMETER

Sebuah wattmeter arus bolak – balik (ac) mempunyai kumparan tegangan (potensial) dan kumparan arus, dan member tanggapan terhadap erkaian tegangan efektif, arus efektif dan kosinus sudut fase antara keduanya, wattmeter akan menunjukkan daya rata- rata yang disalurkan ke ringan pasif

$$P = V_{eff} I_{eff} \cos \phi = R_E [V_{eff} I_{eff}] \text{ bagian nyata dari } (V_{eff} I_{eff})$$

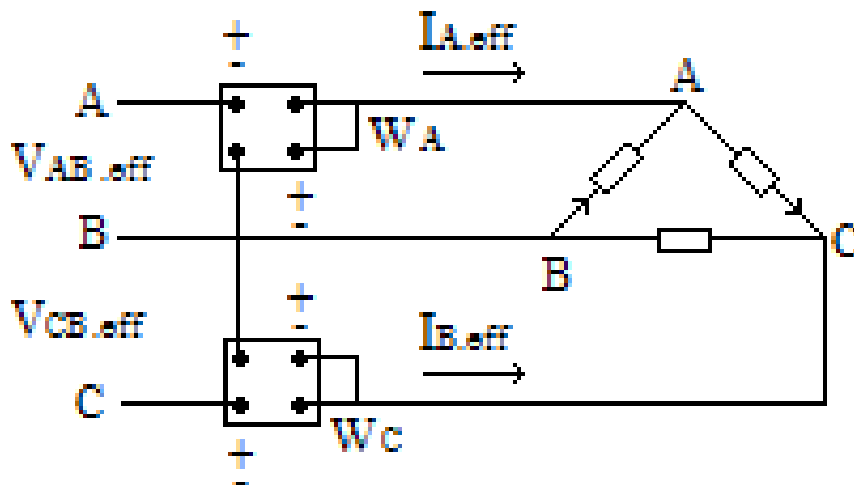
Dua wattmeter yang dihubungkan sebarang dua sauran dari sebuah system tiga fase tiga kawat secara tepat akan menunjukkan daya total tiga fase berdasarkan paenjumlahan pembacaan kedua wattmeter tersebut. Sebuah wattmeter akan berusaha menuju skala bawah jika sudut fase antara tegangan dan arus melebihi 90° . Dlam kejadian ini, sambungan kumparan arus dapat dibalik dan pembacaan alat ukur yang naik diperlakukan sebagai negative daam penjumlahan

$$W_A = \text{bagian nyata dari } (V_{AB \text{ eff}} I^*_{A \text{ eff}}) = \text{bagian nyata dari } (V_{AB \text{ eff}} I^*_{AB \text{ eff}}) +$$

$$\text{Bagian nyata dari } (V_{AB \text{ eff}} I^*_{AC \text{ eff}})$$

$$W_C = \text{bagian nyata dari } (V_{CB \text{ eff}} I^*_{C \text{ eff}}) = \text{bagian nyata dari } (V_{CB \text{ eff}} I^*_{CA \text{ eff}}) +$$

$$\text{Bagian nyata dari } (V_{CB \text{ eff}} I^*_{CB \text{ eff}})$$



dalam mana bentuk-bentuk hukum arus kirchoff $I_A = I_{AB} + I_{AC}$ dan $I_C = I_{CA} + I_{CB}$ telah digunakan untuk menggantikan arus –arus saluran dengan arus-arus fase. Rase pertama dalam W_a dikenai sebagai P_{ab} yakni daya rata- rata dalam fase AB dari beban delta demikian jugaruas sudut daam W_c adalah P_{cb} . Dengan menambahkan kedua persamaan ini dan menggabungkan kembaliruas- ruas tengahselanjutnya memberikan,

$$W_A + W_C + P_{AB} + \text{bagian nyata dari } (V_{AB \text{ eff}} - V_{cb \text{ eff}})I^*_{AC \text{ eff}} + P_{CB} = P_{AB} + P_{AC} + P_{CB}$$

$$\text{Karena menurut hokum tegangan kirchoff, } V_{AB} - V_{CB} = V_{AC}$$

Alasan yang sama menetapkan hasil analog untuk sebuah beban terhubung Y.

Beban – beban seimbang

Bila tiga impedansi yang sama $Z < \phi$ dihubungkan dalam delta, arus- arus fase membentuk sudut 90° dengan arus – aarus resultannya . gambar 10.19 dapat disamakan dengan gambar 10.18 dengan anggapan urutan ABC erihat bahwa V_{ab} mendahului I_a sejauh $\phi + 30^\circ$, sedang V_{cb} mendahului I_c . Sejahuh $\phi = 30^\circ$, akibatnya kedua wattmeter akan membaca.

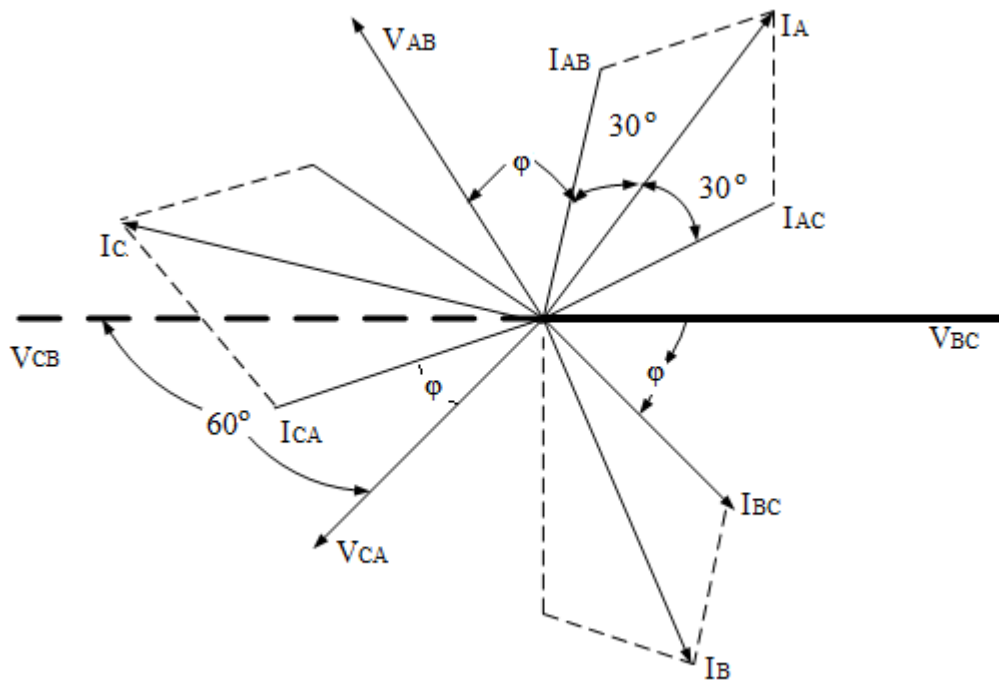
$$W_A = V_{AB} \text{ eff } I_A \text{ eff } \cos (\phi + 30^\circ) \quad W_C = V_{CB} \text{ eff } I_c \text{ eff } \cos (\phi - 30^\circ)$$

Atau kaena umumnya kita tidak mengetahui urutan reltif daam aritan tegangan dari dua saluran yang dipiuh untuk wattmeter,

$$W_1 = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos (\phi + 30^\circ)$$

$$W_2 = V_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos (\phi - 30^\circ)$$

Pernyataan –pernyataan ini juga beraku untuk sebuah hubungan Y setimbang



Gambar 10

Eliminasi $V_{\text{eff}} I_{\text{eff}}$ antara kedua pembacaan memberikan $\tan \phi = \sqrt{3} (W_2 - W_1 / W_2 + W_1)$

Jadi dari kedua pembacaan wattmeter, besarnya sudut impedansi ϕ dapat diduga. Tanda pada $\tan \phi$ yang diberikan oleh rumus diatas tidak mempunyai arti karena subskrip sebarang 1 dan 2 seharusnya bias dipertukarkan, akan tetapi dalam keadaan praktis, beban setimbang biasanya diketahui induktif ($\phi > 0$)

MODUL VIII DAN MODUL IX
BEBAN 3 PHASA TIDAK SETIMBANG

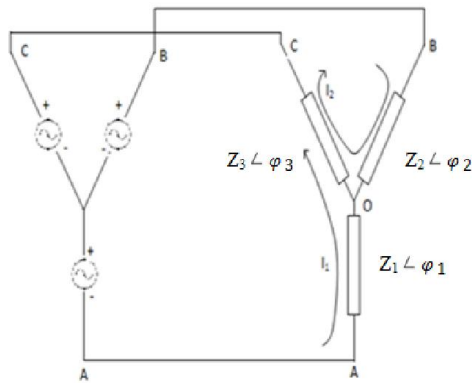
A. Tujuan:

B. Setelah membaca modul ini diharapkan anda dapat menghitung arus, tegangan dan daya masing-masing fasa baik beban system Δ atau system Υ yang tidak seimbang.

C. Daftar Pustaka:

1. David E Johson: "*Electric Circuit Analysis*", Prentice Hall International Edition, 1989, 1992
2. Ed Minister, Joseph: "*Theory and Problems of Electric Circuits*", Mc Graw Hill, 1995
3. Hayt Wiliams: "*Engineering Circuit Analysis*", Mc Graw Hill, 1991
4. Ralph J Smith: "*Circuits, Devices & Systems*", Jhon Wiley & Sons, 1995
5. Richard C Dorf, James A Svoboda: "*Introduction to Electric Circuits*", Jhon Wiley & Sons, 2001

D. Uraian Meteri
Beban tidak balans hubungan



Gambar 1.

Ket :

$$I_A \neq \frac{V_{AN}}{Z_A} \text{ Karena } V_{AN} \neq V_{AO}$$

Perhatikan :

- $V_{AN} \neq V_{AO}$ Beban tidak balans
- $\bar{V}_{AN} = \bar{V}_{AO}$ hanya untuk beban Y balans
- Misalkan ada kawat ON

Kawat ON boleh dimisalkan bila beban Y balans

Untuk menyelesaikan persoalan diatas dapat menggunakan dua metoda yakni :

- 1) Metoda loop
- 2) Metoda milman

Metoda Loop.

Persamaan Loop 1 : AOCA

$$\begin{aligned} V_{AO} + V_{OC} + V_{CA} &= 0 \\ I_1 \cdot Z_1 \angle \varphi_1 + Z_3 \angle \varphi_3 (I_1 + I_2) + V_t \angle 120 &= 0 \\ I_1 \cdot Z_1 \angle \varphi_1 + I_1 \cdot Z_3 \angle \varphi_3 + I_2 \cdot Z_3 \angle \varphi_3 &= -V_t \angle 120 \\ &= V_t \angle -60 \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

Persamaan Loop 2 : BOCB

$$\begin{aligned} \bar{V}_{BO} + \bar{V}_{OC} + \bar{V}_{CB} &= 0 \\ I_2 \cdot Z_2 \angle \varphi_2 + Z_3 \angle \varphi_3 (I_1 + I_2) - V_{BC} &= 0 \\ I_1 \cdot Z_3 \angle \varphi_3 + I_2 \cdot (Z_2 \angle \varphi_2 + Z_3 \angle \varphi_3) &= V_{BC} \\ &= V_E \angle 0 \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} (Z_1 \angle \varphi_1 + Z_3 \angle \varphi_3) & Z_3 \angle \varphi_3 \\ Z_3 \angle \varphi_3 & (Z_2 \angle \varphi_2 + Z_3 \angle \varphi_3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \ell \angle -60 \\ V \ell \angle 0 \end{pmatrix}$$

Di dapat I_1 dan I_2

Maka dari gambar dapat diperoleh

$$I_A = \bar{I}_1$$

$$I_B = \bar{I}_2$$

$$I_C = -(\bar{I}_1 + \bar{I}_2)$$

$$\bar{V}_{AO} = I_1 Z_1 \angle \varphi_1$$

$$\bar{V}_{BO} = I_2 Z_2 \angle \varphi_2$$

$$\bar{V}_{CO} = I_C Z_3 \angle \varphi_3$$

$$= -(I_1 + I_2) Z_3 \angle \varphi_3$$

Mencari $\bar{V}_{ON} = 4$ kawat

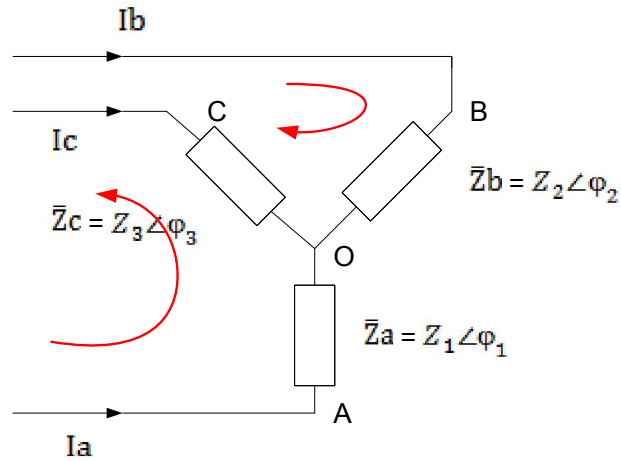
Loop AONA :

$$\bar{V}_{AO} + \bar{V}_{ON} + \bar{V}_{NA} = 0$$

$$V_{ON} = \bar{V}_{AN} - \bar{V}_{AO}$$

$$= V_p \angle 90 - I_1 Z_1 \angle \varphi_1$$

Metoda Millmann



Gambar 2.

Loop AONA :

$$\bar{V}_{AO} + \bar{V}_{ON} + \bar{V}_{NA} = 0$$

$$\bar{V}_{AO} = \bar{V}_{AN} - \bar{V}_{ON} = \bar{I}_a \bar{Z}_a$$

$$\bar{V}_{BO} = \bar{V}_{BN} - \bar{V}_{ON} = \bar{I}_b \bar{Z}_b$$

$$\bar{V}_{CO} = \bar{V}_{CN} - \bar{V}_{ON} = \bar{I}_c \bar{Z}_c$$

$$\bar{I}_a + \bar{I}_b + \bar{I}_c = 0$$

$$\frac{\bar{V}_{AN} - \bar{V}_{ON}}{\bar{Z}_a} + \frac{\bar{V}_{BN} - \bar{V}_{ON}}{\bar{Z}_b} + \frac{\bar{V}_{CN} - \bar{V}_{ON}}{\bar{Z}_c} = 0$$

$$\left(\frac{V_{AN}}{Z_a} + \frac{V_{BN}}{Z_b} + \frac{V_{CN}}{Z_c} \right) - \left(\frac{V_{ON}}{Z_a} + \frac{V_{ON}}{Z_b} + \frac{V_{ON}}{Z_c} \right) = 0$$

$$\left(\frac{V_{ON}}{Z_a} + \frac{V_{ON}}{Z_b} + \frac{V_{ON}}{Z_c} \right) = \left(\frac{V_{AN}}{Z_a} + \frac{V_{BN}}{Z_b} + \frac{V_{CN}}{Z_c} \right)$$

$$\bar{V}_{ON} (\bar{Y}_a + \bar{Y}_b + \bar{Y}_c) = \bar{V}_{AN} \bar{Y}_a + \bar{V}_{BN} \bar{Y}_b + \bar{V}_{CN} \bar{Y}_c$$

$$\boxed{\bar{V}_{ON} = \frac{\bar{V}_{AN} \bar{Y}_a + \bar{V}_{BN} \bar{Y}_b + \bar{V}_{CN} \bar{Y}_c}{\bar{Y}_a + \bar{Y}_b + \bar{Y}_c}}$$

Gunakan Loop pada gambar 2

Loop AONA

$$\bar{V}_{AO} + \bar{V}_{ON} + \bar{V}_{NA} = 0$$

$$\bar{V}_{AO} = -\bar{V}_{NA} - \bar{V}_{ON}$$

$$\bar{V}_{AO} = \bar{V}_{NA} - \bar{V}_{ON}$$

Loop CONC

$$\bar{V}_{CO} + \bar{V}_{ON} - \bar{V}_{NC} = 0$$

$$\bar{V}_{CO} = -\bar{V}_{NC} - \bar{V}_{ON}$$

$$\bar{V}_{CO} = \bar{V}_{CN} - \bar{V}_{ON}$$

Loop BONB

$$\bar{V}_{BO} + \bar{V}_{ON} - \bar{V}_{NB} = 0$$

$$\bar{V}_{BO} = -\bar{V}_{NB} - \bar{V}_{ON}$$

$$\bar{V}_{BO} = \bar{V}_{BN} - \bar{V}_{ON}$$

Contoh Soal :

Suatu beban bintang $\bar{Z}_A = 10\angle-60^\circ$, $\bar{Z}_B = 10\angle 0^\circ$, $\bar{Z}_C = 10\angle 60^\circ$ dihubungkan dengan sistem 3 fasa 3 kawat 208 Volt (tegangan kawat harga RMS) CBA. Hitung tegangan-
tegangan pada impedansi

$$V_{CO} = ? \quad V_{BO} = ? \quad V_{AO} = ?$$

Jawab :

$$\bar{V}_{AO} = \bar{V}_{AN} - \bar{V}_{ON}$$

$$\bar{V}_{AN} = \frac{208}{\sqrt{3}} \angle -90^\circ$$

$$\bar{V}_{BN} = \frac{208}{\sqrt{3}} \angle 30^\circ$$

$$\bar{V}_{CN} = \frac{208}{\sqrt{3}} \angle 150^\circ$$

$$\bar{V}_{ON} = \frac{120 \angle -90^\circ \frac{1}{10 \angle -60^\circ} + 120 \angle 30^\circ \frac{1}{10 \angle -0^\circ} + 120 \angle 150^\circ \frac{1}{10 \angle 60^\circ}}{\frac{1}{10 \angle -60^\circ} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10 \angle -60^\circ}}$$

$$\bar{V}_{ON} = \frac{12 \angle -30^\circ + 12 \angle 30^\circ + 12 \angle 90^\circ}{0,1 \angle 60^\circ + 0,1 + 0,1 \angle -60^\circ +}$$

$$\bar{V}_{ON} = \frac{10,4 - j6 + 10,4 + j6 + j12}{0,05 + j0,09 + 0,1 + 0,05 - j0,09}$$

$$\bar{V}_{ON} = \frac{20,8 + j12}{0,2}$$

$$\bar{V}_{ON} = \frac{24 \angle 30^\circ}{0,2} = 120 \angle 30^\circ$$

$$\bar{V}_{AO} = \bar{V}_{AO} - \bar{V}_{ON}$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_{AO} &= 120 \angle -90^\circ - (120 \angle 30^\circ) \\ &= -120j - (120 \cdot 0,866 + j120 \cdot 0,5) \\ &= 103,92 - j180 \\ &= 208 \angle -120^\circ \end{aligned}$$

$$\bar{V}_{BO} = \bar{V}_{BN} - \bar{V}_{ON}$$

$$V_{BC} = 120 \angle 30^\circ - 120 \angle 30^\circ = 0$$

$$V_{CO} = 120 \angle 150^\circ - 120 \angle 30^\circ$$

$$= (-104 + j60) - (104 + j60)$$

$$= 208 \angle 180^\circ$$

$$I_A = \frac{V_{AO}}{Z_A}$$

$$= \frac{208 \angle -120}{10 \angle -60}$$

$$\bar{I}_A = 20,8 \angle -60^\circ$$

$$I_B = \frac{V_{BO}}{Z_B} = 0$$

$$I_C = \frac{V_{CO}}{Z_C} = \frac{208 \angle 180}{10 \angle 60} = 20,8 \angle 120 \text{ A}$$

Contoh Evaluasi dengan metode loop

Beban tidak balans sistem Υ

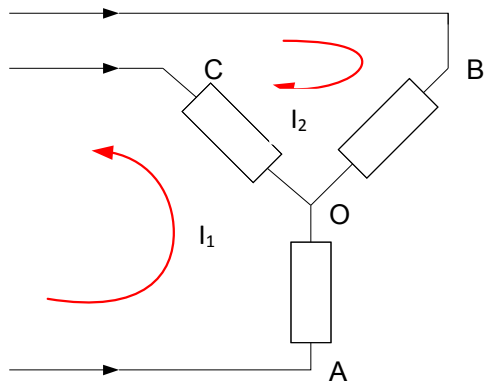
Sistem 3 phasa Υ CBA dengan tegangan 208 (RMS antar kawat) dihubungkan dengan beban tidak balans sbb :

$$Z_{AO} = 10 \angle 0^\circ$$

$$Z_{BO} = 10 \angle 36,87^\circ$$

$$Z_{CO} = 5 \angle 53,13^\circ$$

Hitung arus kawat dan daya total .



~~$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_{AN}}$$~~

~~$$I_B = \frac{V_{BN}}{Z_{BN}}$$~~

~~$$I_C = \frac{V_{CN}}{Z_{CN}}$$~~

Loop AOCA

$$\begin{aligned} I_1 \cdot Z_{AO} + Z_{CO} (I_1+I_2) + V_{CA} &= 0 \\ I_1 \cdot 10 \angle 0 + 5 \angle 83,13 (I_1+I_2) &= -208 \angle 120 \\ I_1 (10 \angle 0 + 5 \angle 53,13) + 5 \angle 53,13 \cdot I_2 &= -208 \angle 120 \\ &= V_t \angle -60 \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

Loop BOCB

$$\begin{aligned} I_2 \cdot Z_{BO} + Z_{CO} (I_1+I_2) + V_{CB} &= 0 \\ I_2 \cdot 10 \angle 36,8 + 5 \angle 53,13 (I_1+I_2) &= -V_{CB} \\ 5 \angle 53,13 \cdot I_1 + I_2 (10 \angle 36,8 + 5 \angle 53,13) &= V_{CB} \\ &= V_t \angle 0 \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

$$I_1 = \begin{pmatrix} (10 \angle 0 + 5 \angle 53,13) & 5 \angle 53,13 \\ 5 \angle 53,13 & (10 \angle 36,87 + 5 \angle 53,13) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -208 \angle 60 \\ 208 \angle 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} (10 + (3 + j4)) & (3 + j4) \\ (3 + j4) & (8 + j6) + (3 + j4) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -208 \angle 60 \\ 208 \angle 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -208 \angle 60 & 3 + j4 \\ 208 \angle 0 & 11 + j10 \\ 13 + j4 & 3 + j4 \\ 3 + j4 & 11 + j10 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{\begin{bmatrix} 104 - j180,13 & (3 + j4) \\ (208) & (11 + j10) \end{bmatrix}}{(13 + j4)(11 + j10) - (3 + j4) - (3 + j4)}$$

$$= \frac{(104 + j180,13)(11 + j10) - (3 + j4)(208)}{(143 + j10 + j44 - 40) - (9 + j12 + j12 - 16)}$$

$$= \frac{(1144 + j1040 - j1981,43 + 1801,1) - (624 + j832)}{110 + j150}$$

$$= \frac{2321,3 - j1777,343}{186,01 \angle 53,75}$$

$$= 15,7 \angle -91,13$$

$$I_2 = \frac{\begin{bmatrix} 13 + j4 & 208 \angle -60 \\ 3 + j4 & 208 \angle 0 \end{bmatrix}}{186,01 \angle 53,75}$$

$$I_2 = \frac{\begin{bmatrix} 13 + j4 & 104 - j108,13 \\ 3 + j4 & 208 \end{bmatrix}}{186,01 \angle 53,75}$$

$$= \frac{(13 + j4)(208)(104 - j108.13(3 + j4))}{186.01 \angle 53.75}$$

$$= \frac{3112.5 + j556.39}{186.01 \angle 53.75}$$

$$= \frac{3.618 \angle 10.13}{186.01 \angle 53.75}$$

$$= 16.99 \angle -43.62 \text{ A}$$

$$I_A = I_1 = 15.7 \angle -91.13$$

$$I_C = -(I_1 + I_2)$$

$$I_B = I_2 = 16.99 \angle -43.62$$

$$I_C = -(15.7 \angle -91.13 + 16.99 \angle -43.62)$$

$$= -((-0.31 - j15.36) + (12.3 - j11.7))$$

$$= (11.99 - j27.3)$$

$$= 29.8 \angle 113.7 \text{ A}$$

$$V_{AO} = \dots\dots\dots?$$

$$V_{AO} = I_{AO} \cdot Z_{AO}$$

$$= 15.7 \angle -91.13 \cdot 10 \angle 0$$

$$= 157 \angle -91.13 \text{ V}$$

$$V_{BO} = I_B \cdot Z_{BO}$$

$$= 16.94 \angle -43.62 \cdot 10 \angle 36.8$$

$$= 169.9 \angle -6.75 \text{ V}$$

$$V_{CO} = I_C \cdot Z_{CO}$$

$$= 29.8 \angle 113.7 \cdot 5 \angle 53.13$$

$$= 149 \angle 166.8 \text{ V}$$

MODUL X DAN MODUL XI
RANGKAIAN KOPLING MAGNET

A. Tujuan :

Setelah mempelajari modul ini diharapkan dapat melakukan :

1. Perbedaan antara induksi diri dan induksi bersama .
2. Menghitung induktansi diri dan induktansi bersama .
3. Menghitung tegangan induktansi diri dan bersama .
4. Menentukan polaritas tegangan induksi bersama .
5. Dapat menyelesaikan soal-soal dengan kooplting magnetik .

B. Daftar Pustaka:

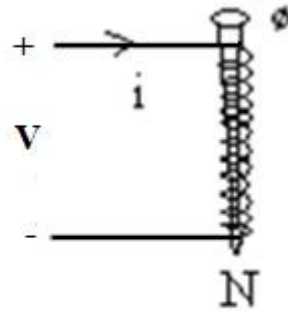
1. David E Johson: "*Electric Circuit Analysis*", Prentice Hall International Edition, 1989, 1992
2. Ed Minister, Joseph: "*Theory and Problems of Electric Circuits*", Mc Graw Hill, 1995
3. Hayt Wiliams: "*Engineering Circuit Analysis*", Mc Graw Hill, 1991
4. Ralph J Smith: "*Circuits, Devices & Systems*", Jhon Wiley & Sons, 1995
5. Richard C Dorf, James A Svoboda: "*Introduction to Electric Circuits*", Jhon Wiley & Sons, 2001

C. Uraian Materi :

INDUKSI DIRI

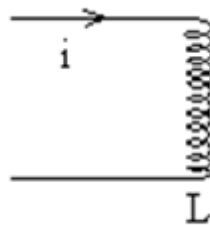
Kumparan dialiri arus yang berubah-ubah menghasilkan fluks magnetik yang berubah-ubah (\emptyset) dan menimbulkan ggl induksi.

$$v_L = N \frac{d\emptyset}{dt} \text{ (percobaan faraday).}$$



Berdasarkan percobaan Henry arus yang berubah-ubah pada penghantar menghasilkan GGL.

$$V_L = L \frac{di}{dt}$$



Sehingga :

$$L \frac{di}{dt} = N \frac{d\emptyset}{dt}$$

$$L = N \frac{d\emptyset}{di}$$

Keterangan :

L = induktansi sendiri (henry)

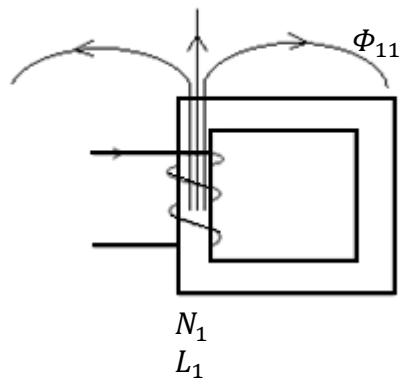
N = jumlah lilitan

\emptyset = fluks (webber)

I = arus (Ampere)

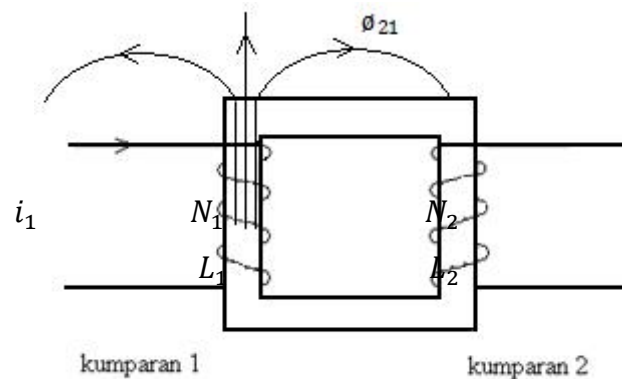
v_L = tegangan induksi diri (karena diakibatkan oleh arus yang melalui kumparan itu sendiri).

INDUKSI BERSAMA



Pada kumparan N_1 L_1 di aliri arus i_1 menghasilkan tegangan induksi diri dikumparan 1

$$V_{11} = L_1 \frac{di_1}{dt}$$



Kumparan 1 dialiri arus i_1 menghasilkan tegangan induksi sendiri V_{11} dan menghasilkan fluks Φ_{11} pada kumparan 2 terjadi tegangan induksi bersama V_{21} disebabkan oleh arus yang mengalir dikumparan 1 (i_1), sebab sebagian Φ_{11} masuk ke kumparan 2.

Pada kumparan 2 terjadi tegangan induksi bersama V_{21} (disebabkan arus yang mengalir di Kumparan 1).

Sebab sebagian Φ_{11} masuk ke kumparan 2.

$$V_{21} \neq L_2 \frac{di_1}{dt} \quad (\text{karena tidak seluruh } \phi_{11} \text{ masuk kumparan 2})$$

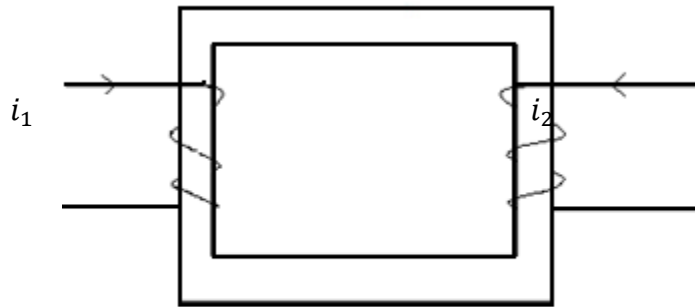
$$V_{21} \neq L_1 \frac{di_1}{dt} \quad (\text{induktansi sendiri dari kumparan 2 adalah } L_2)$$

$$V_{21} = M_{21} \frac{di_1}{dt} \quad (M_{21} = \text{induktansi bersama})$$

Kesimpulan

Bila kumparan 1 dialiri i_1 maka :

- Timbul tegangan induktansi sendiri di kumparan 1 yaitu $V_{11} = L_1 \frac{di_1}{dt}$
- Timbul tegangan induktansi bersama di kumparan 2 yaitu $V_{21} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$



a) Akibat I_1 di kumparan 1 :

(i) Tegangan induktansi sendiri di kumparan 1 : $V_{11} = L_1 \frac{di_1}{dt}$

(ii) Tegangan induktansi bersama di kumparan 2 : $V_{21} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$

b) Akibat I_2 di kumparan 2 :

(i) Tegangan induktansi sendiri di kumparan 2 : $V_{22} = L_2 \frac{di_2}{dt}$

(ii) Tegangan induktansi bersama di kumparan 1 : $V_{12} = M_{12} \frac{di_2}{dt}$

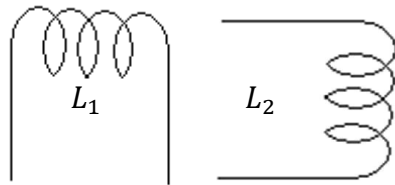
Dengan teorema resiprositas dapat dibuktikan $M_{12} = M_{21} = M$

$$\text{Maka : } M = k \sqrt{L_1 \cdot L_2} \quad [\text{H}]$$

k : koefisien kopling (bilangan yang menunjukkan banyaknya bagian ϕ_{11} yang masuk kumparan 2 atau ϕ_{22} yang masuk kumparan 1 ($0 \leq k \leq 1$)).

a) $k = 0$

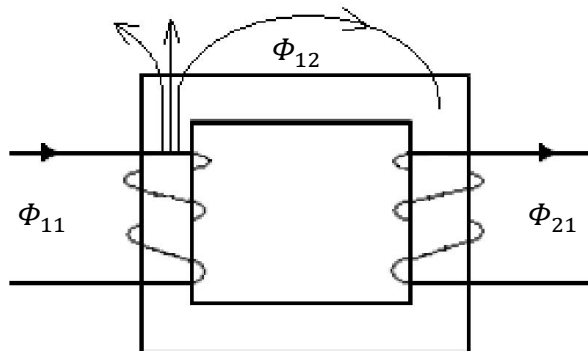
Jika tidak ada bagian ϕ_{11} yang masuk ke kumparan 2 atau sebaliknya



$k = 0$ terpisah tidak ada kopling magnetik .

b) $0 < k < 1$

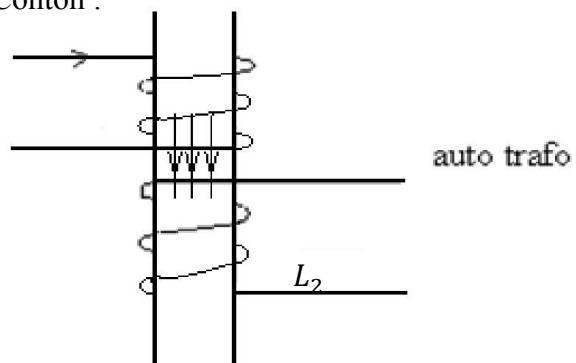
Jika sebagian ϕ_{11} masuk kumparan 2 atau sebaliknya.



$k = 1$

Jika seluruh ϕ_{11} masuk kumparan 2 atau sebaliknya.

Contoh :

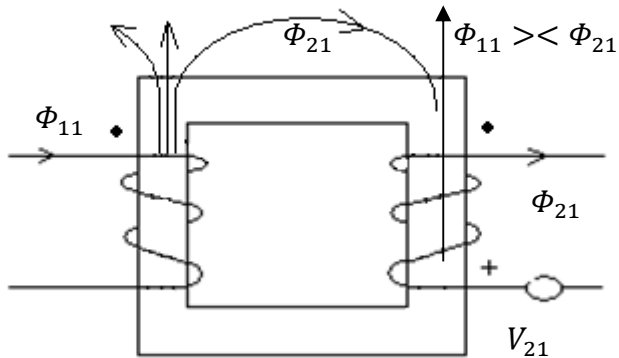


POLARITAS TEGANGAN INDUKSI BERSAMA

Kaidah :

Polaritas tegangan induksi bersama adalah sedemikian rupa sehingga menghasilkan fluks yang arahnya melawan fluks penyebabnya.

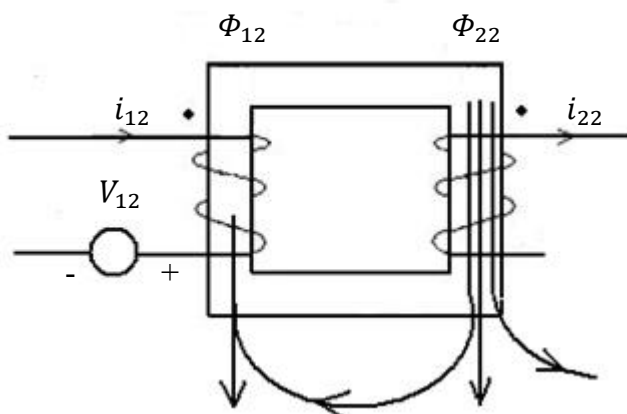
Contoh :

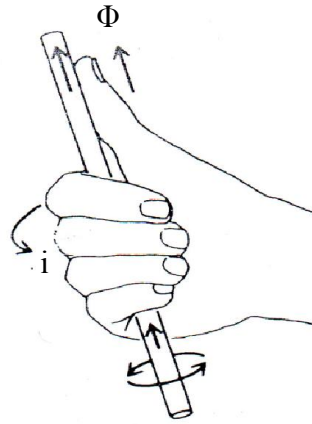
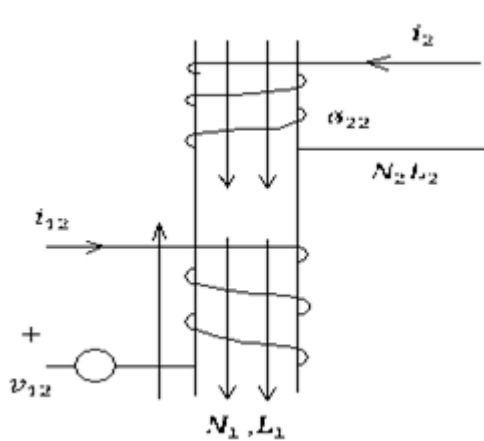


i_1 menghasilkan Φ_{11} sebagian Φ_{11} masuk ke kumparan 2 disebut Φ_{21} pada kumparan 2 terdapat GGL bersama yang menghasilkan fluks yang melawan fluks penyebabnya.

Arah :

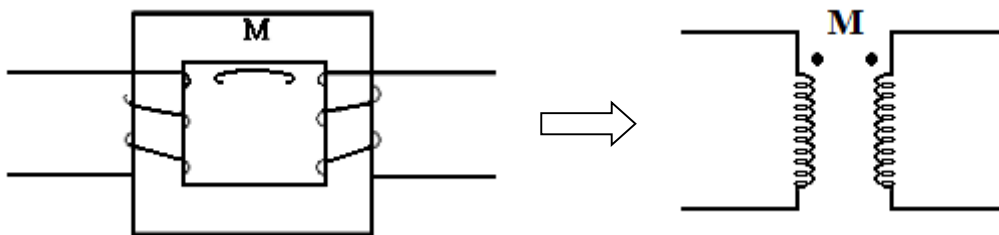
Cara (2) :





MENYEDERHANAKAN GAMBAR

Contoh :

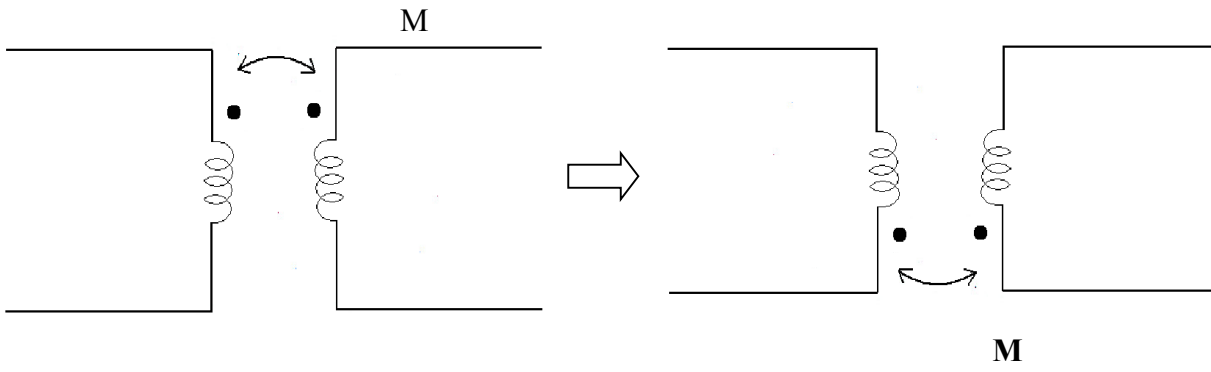


Perlu tanda agar dapat membedakan penyederhanaan rangkaian-rangkaian dengan arah huruf berbeda.

Tanda (\bullet , \square , \triangle).

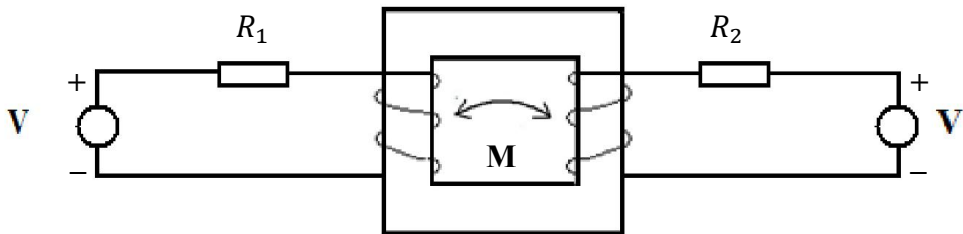
Cara memberi tanda :

- 1) Jika tempat arus masuk dikumparan 1 diberi tanda, maka Tempat arus (i_2) induksi bersama keluar dikumparan 2 juga diberi tanda.
- 2) Jika tempat arus masuk dikumparan 2 diberi tanda maka tempat arus (i_{12}) induksi bersama keluar dikumparan 1 juga diberi tanda.
- 3) Jika tempat arus masuk di kumparan 1 tidak diberi tanda maka tempat arus (i_2) induksi bersama keluar di kumparan 2 juga tidak diberi tanda dan sebaliknya.



Menyelesaikan soal-soal dengan kopling magnetik

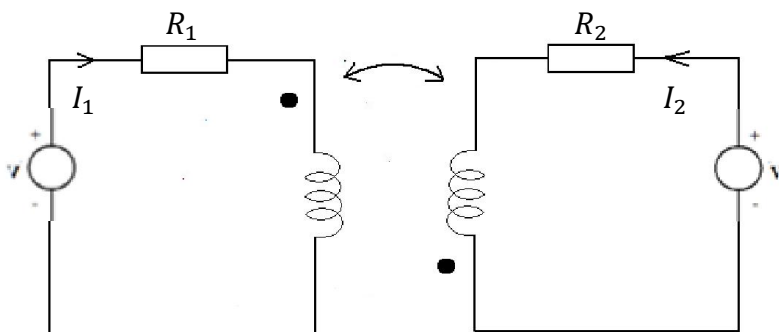
Contoh:



Hitung arus melalui (R_2) !

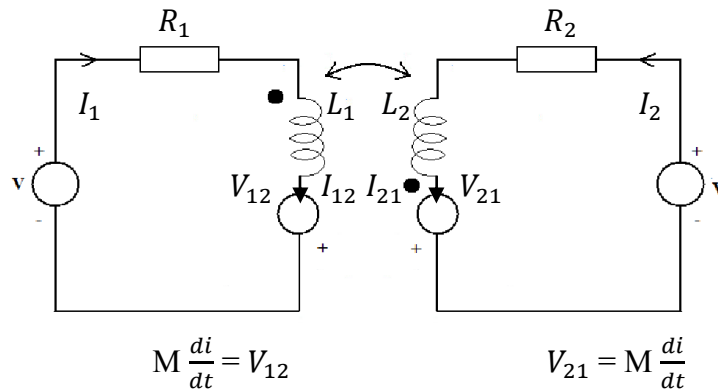
Langkah:

- 1) Menyederhanakan gambar



- 2) Tentukan arah arus
- 3) Tentukan tanda

4) Gambar tegangan induksi bersama.



5) Tentukan polaritas dan tegangan induksi bersama.

Dapat dilakukan 2 cara:

1) Ingat cara pemberian tanda

i_1 masuk (.) $\rightarrow i_{21}$ keluar (.) $\rightarrow v_{21}$ positif (.)

i_2 masuk (-) $\rightarrow i_{12}$ keluar (-) $\rightarrow v_{12}$ positif (-)

2) Jika i_1 dan i_2 sama –sama masuk atau sama-sama keluar ditempat bertanda maka tanda M sama dengan tanda induktansi (L) sendiri, jika i_1 dan i_2 satu keeluar dan satu masuk maka tanda M berlawanan dengan induktansi sendiri.

6) Persamaan loop dalam domain (ranah daerah) waktu.

$$R_1 i_1 \oplus L_1 \frac{di_1}{dt} \ominus M \frac{di_2}{dt} = v_1$$

$$R_1 i_2 \oplus L_2 \frac{di_2}{dt} \ominus M \frac{di_1}{dt} = v_2$$

7) Persamaan loop dalam phasor(persamaan dalam domain frekuensi)

$$8) \begin{vmatrix} (R_1 + j\omega L_1) & -j\omega M \\ -j\omega M & (R_2 + j\omega L_2) \end{vmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} V_1 & -j\omega M \\ V_2 & (R_2 + j\omega L_2) \end{vmatrix}}{\Delta}$$

Keterangan :

$$\Delta = \begin{vmatrix} (R_1 + j\omega L_1) & -j\omega M \\ -j\omega M & (R_2 + j\omega L_2) \end{vmatrix}$$

9) Maka i_2 dapat dicari dengan rumus tersebut.

MODUL XII DAN MODUL XIII

MODEL T DAN TRAFO IDEAL

A. Tujuan:

Setelah mempelajari model ini diharapkan :

1. Dapat menganalisa kopling magnetic menggunakan Model T
2. Dapat menganalisa dan menghitung trafo ideal.

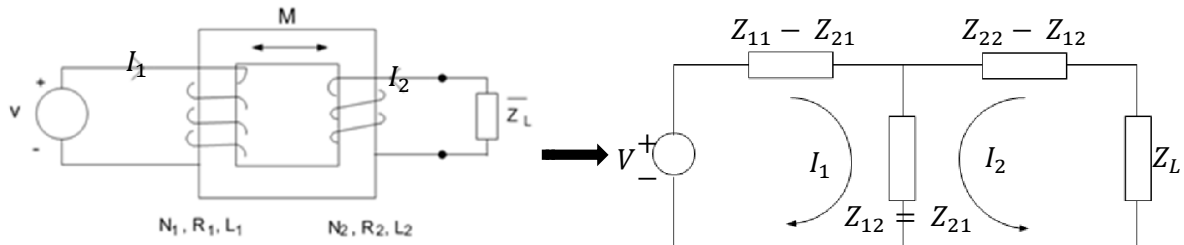
B. Daftar Pustaka:

1. David E Johson: "*Electric Circuit Analysis*", Prentice Hall International Edition, 1989, 1992
2. Ed Minister, Joseph: "*Theory and Problems of Electric Circuits*", Mc Graw Hill, 1995
3. Hayt Wiliams: "*Engineering Circuit Analysis*", Mc Graw Hill, 1991
4. Ralph J Smith: "*Circuits, Devices & Systems*", Jhon Wiley & Sons, 1995
5. Richard C Dorf, James A Svoboda: "*Introduction to Electric Circuits*", Jhon Wiley & Sons, 2001

C. Uraian Materi

Model T

Dapat dianalisa sebagai berikut :



$$\text{persamaan loop 1 : } -V + I_1 (Z_{11} - Z_{12}) + (I_1 + I_2) Z_{12} = 0$$

$$-V + I_1 Z_{11} - \cancel{I_1 Z_{12}} + \cancel{I_1 Z_{12}} + I_2 Z_{12} = 0$$

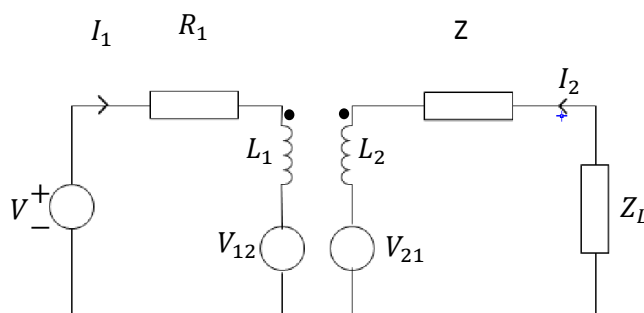
$$Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 = V$$

$$\text{persamaan loop 2 : } I_2 Z_L + I_2 (Z_{22} - Z_{12}) + (I_1 + I_2) Z_{12} = 0$$

$$I_2 Z_L + I_2 Z_{22} - \cancel{I_2 Z_{12}} + I_1 Z_{21} + \cancel{I_2 Z_{12}} = 0$$

$$Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 + Z_L I_2 = 0$$

Langkah 1,2,3,4



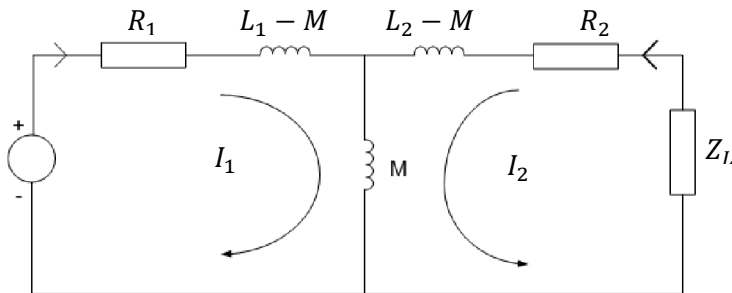
$$V_{21} = j\omega M I_1$$

$$V_{12} = j\omega M I_2$$

Persamaan Loop dalam frekuensi domain :

$$(R_1 + j\omega L_1)I_1 + j\omega MI_2 = V$$

$$j\omega MI_1 + (R_2 + j\omega L_2)I_2 + Z_L I_2 = 0$$



Modifikasi model T

1. Dengan konstanta α (=bilangan riil positif) sembarang.
2. Dengan konstanta α tertentu ($=\frac{L_1}{M}$)
3. Dengan konstanta α tertentu ($=\frac{N_1}{N_2}$)

1. Modifikasi dengan a sembarang (=bilangan riil positif)

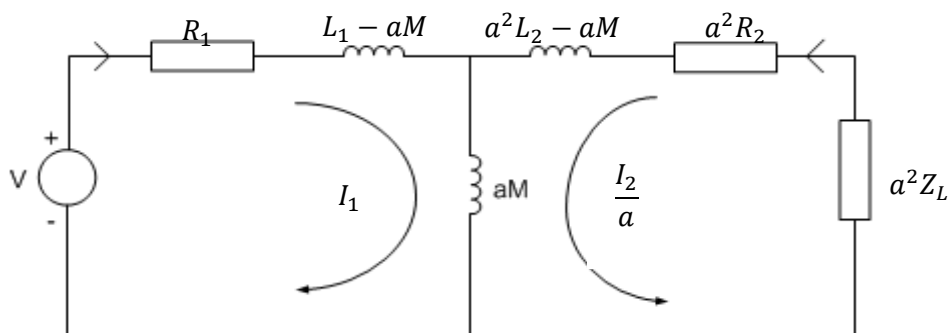
Tujuan : Kita akan melihat pengaruh perubahan arus melalui kumparan Z :
 I_2 menjadi

$$I_2' = I_2/a \text{ terhadap harga-harga komponen rangkaian.}$$

Pers loop :

$$(R_1 + j\omega L_1)I_1 + j\omega aM \frac{I_2}{a} = V$$

$$j\omega aMI_1 + (a^2 R_2 + j\omega a^2 L_2) \frac{I_2}{a} + a^2 Z_L \frac{I_2}{a} = 0$$



Kesimpulan :

Jika \bar{I}_2 diubah menjadi $\bar{I}_2 = I_2/\alpha$; maka :

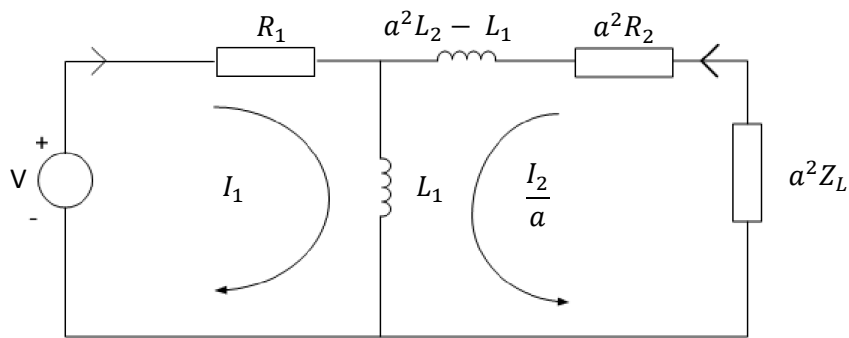
- 1) Komponen – komponen Kumparan 1 (loop 1) tidak berubah (\bar{V}, I_1, R_1, L_1)
- 2) Komponen – komponen Kumparan 2 (loop 2) menjadi a^2 x semula [$a^2 R_2, a^2 L_2, a^2 Z_L$]
- 3) Komponen milik bersama Ax semula (aM)

2. Modifikasi dengan $a = L_1/M$

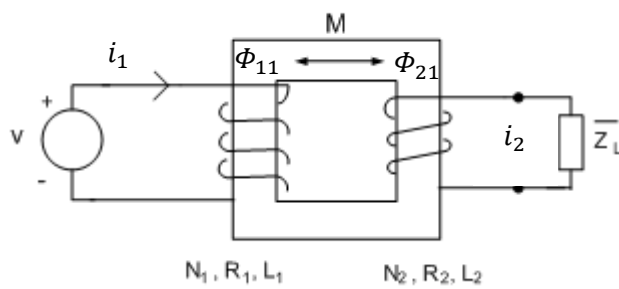
$$L_1 - \alpha M = 0$$

$$\alpha M = L_1$$

$$a^2 L_2 - aM = a^2 L_2 - L_1$$



Modifikasi dengan $a = N_1/N_2$



Induksi sendiri

$$V_L = L \frac{di}{dt}$$

$$L = N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$V_L = N \frac{d\Phi}{dt}$$

Maka

$$L_1 = N_1 \frac{d\Phi_{11}}{di_1} [\Phi_{11} \text{ adalah fluks di kump 1 akibat } i_1]$$

$$L_2 = N_2 \frac{d\Phi_{22}}{di_2} [\Phi_{22} \text{ adalah fluks di kump 2 akibat } i_2]$$

Sebagian Φ_{11} , yaitu Φ_{21} , masuk kump 2 menyebabkan tegangan induksi bersama di kump 2, yaitu $V_{21} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$

$$M_{21} = N_2 \frac{d\Phi_{21}}{di_1}$$

$$M_{12} = N_1 \frac{d\Phi_{12}}{di_2}$$

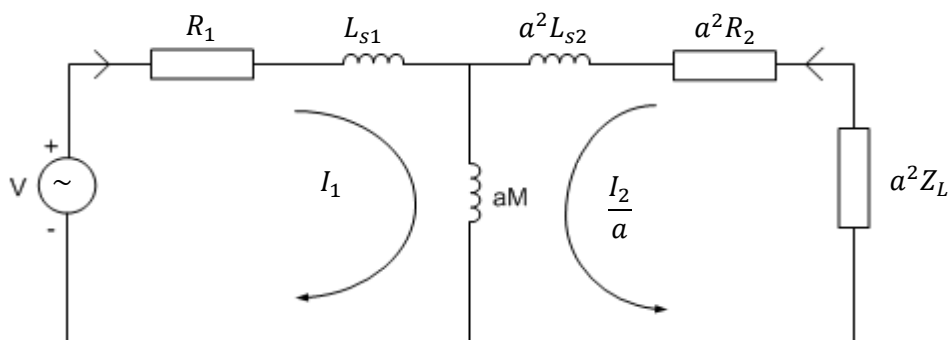
Tinjau modifikasi dengan a sembarang :

$$\begin{aligned} L_1 - aM &= N_1 \frac{d\Phi_{11}}{di_1} - \frac{N_1}{N_2} \cdot N_2 \frac{d\Phi_{21}}{di_1} \\ &= N_1 \frac{d(\Phi_{11} - \Phi_{21})}{di_1} = L_{S1} \end{aligned}$$

$$\Phi_{S1} = \Phi_{11} - \Phi_{21} \text{ (flux bocor di kumparan 1)}$$

Kita lihat :

$$\begin{aligned} a^2 L_2 - \alpha M &= a^2 \left[L_2 - \frac{M}{a} \right] = a^2 \left[N_2 \frac{d\Phi_{22}}{di_2} - \frac{N_2}{N_1} N_1 \frac{d\Phi_{12}}{di_2} \right] \\ &= a^2 N_2 \frac{d(\Phi_{22} - \Phi_{12})}{di_2} \\ &= a^2 N_2 \frac{d\Phi_{S2}}{di_2} = a^2 L_{S2} \end{aligned}$$



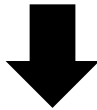
Pendekatan :

- 1) Jika $R_1 = R_2 \approx 0$
- 2) Jika $L_{s1} = L_{s2} \approx 0$

Artinya :

1. Harus dipilih kumparan dengan bahan yang mempunyai tahanan jenis (= resistivitas ρ kecil. Maka, $I_1^2 R_1$ dan $I_2^2 R_2 \approx 0$, artinya tidak ada kerugian daya di kumparan.
2. Kerugian daya di inti.
3. Kita harus memilih inti dari bahan dengan permeabilitas magnet besar ($\mu \approx \infty$).
4. Akibat seluruh persyaratan :

$$\left. \begin{array}{l} - R_1 \ \& \ R_2 \ \approx 0 \\ - L_{s1} \ \& \ L_{s2} \ \approx 0 \\ - \mu \approx \infty \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Rugi-rugi histeris dan rugi-rugi edy current} \\ (= \text{arus pusa} = \text{arus founcauet}) \approx 0 \end{array}$$



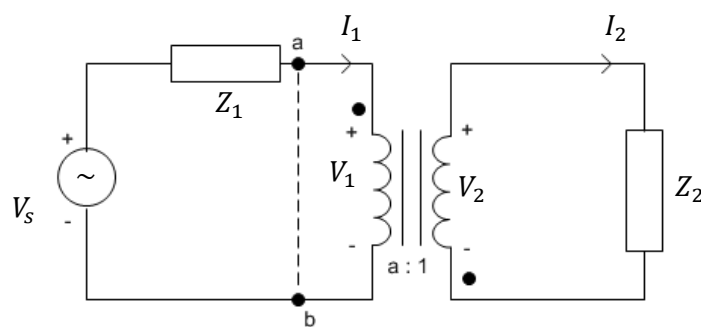
Daya masuk = daya keluar => trafo ideal.

TRAFO IDEAL

Dalam analisis trafo ideal kita tidak lagi perlu menganalisis flux magnet. Kita cukup menggunakan perbandingan lilitan (perbandingan trafo).

Untuk suatu rangkaian dengan trafo ideal dapat kita analisis dengan mengelimir trafo ideal tersebut dan mengganti dengan impedansi refleksi.

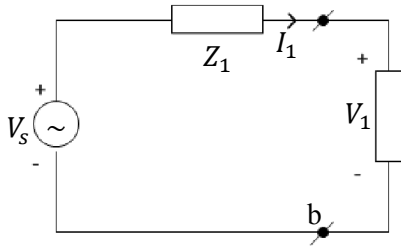
Contoh :



$a:1$, artinya jumlah lilitan kumparan 1 = a x jumlah lilitan kumparan 2.

$$a = \frac{N_1}{N_2} \text{ (untuk buku lain kadang-kadang } a = \frac{N_2}{N_1} \text{)}$$

Jadi, dalam mengerjakan soal harus selalu diperhatikan definisi a rangkaian di atas dapat kita sederhanakan menjadi :



Z_r = impedansi refleksi (dilihat oleh rangkaian 1)

$$Z_r = \frac{V_1}{I_1}$$

Menurut Hukum Faraday :

$$V_1 = \pm N_1 \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \pm \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = + \frac{N_1}{N_2}$$

Jika tempat-tempat yang bertanda mempunyai polaritas yang sama, tegangan yang akan dikonversilkan ditukar polaritasnya.

Dari contoh di atas :

$$\frac{V_1}{V_2} = - \frac{N_1}{N_2}$$

Trafo ideal : tidak kehilangan daya di kumpuran tidak ada kehilangan daya di inti, sehingga daya masuk = daya keluar.

$$\frac{i_1}{i_2} = \pm \frac{N_2}{N_1}$$

$$\frac{i_1}{i_2} = + \frac{N_2}{N_1}$$

Jika arus yang satu masuk ke tempat bertanda dan arus yang lain keluar dari tempat yang bertanda.

Dari contoh di atas :

$$\frac{i_1}{i_2} = - \frac{N_2}{N_1}$$

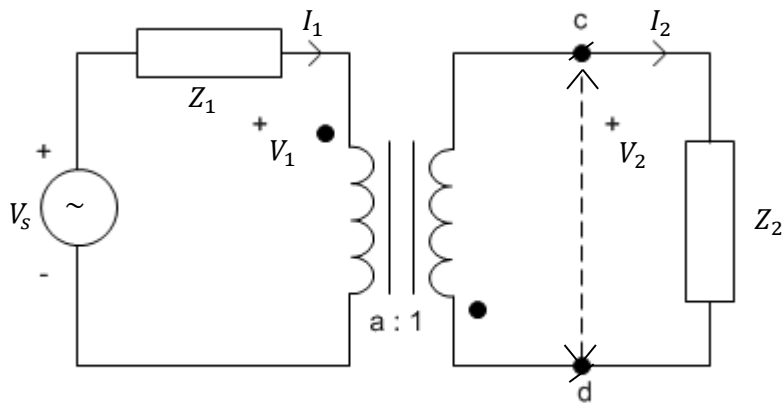
Kembali

$$Z_r = \frac{V_1}{I_1} = \frac{-aV_2}{-1/a I_2} = a^2 \frac{V_2}{I_2} = a^2 Z_2$$

Dilihat oleh rangkaian 1 : $Z_r = a^2 Z_2$

$$I_1 = \frac{V_s}{Z_1 + a^2 Z_2} ; I_2 = -a I_1$$

Kembali ke contoh :



Rangkaian z dipotong di c,d, $I_2 = 0$; $I_1 = 0$

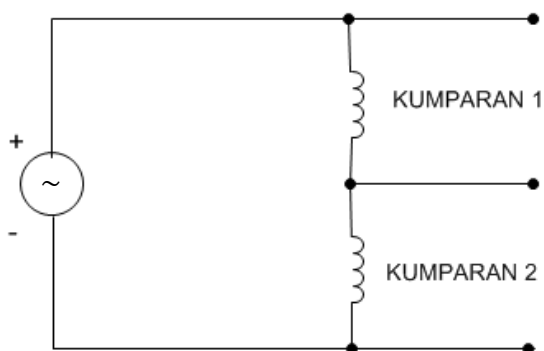
$$V_2 = -\frac{V_1}{a} = -\frac{V_s}{a}$$

$$Z_r = \frac{V_2}{I_2} = \frac{-V_1/a}{-aI_1} = \frac{1}{a^2} \cdot \frac{V_1}{I_1} = \frac{Z_1}{a^2}$$

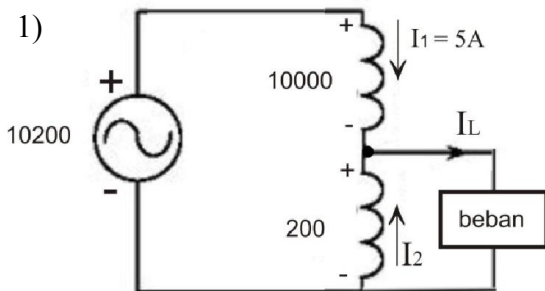
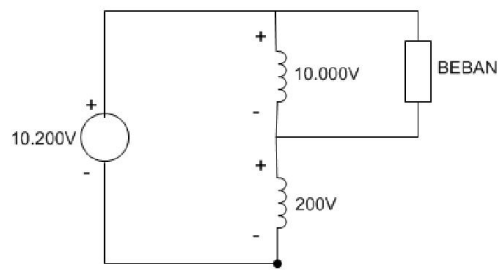
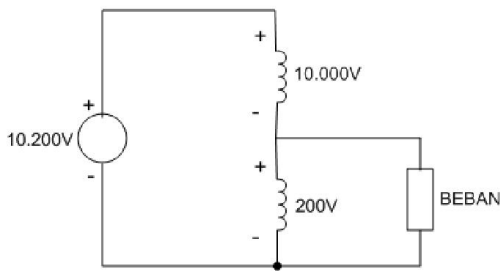
$$I_2 = \frac{-V_s/a}{\frac{Z_1}{a^2} + Z_2} = \frac{-aV_s}{Z_1 + a^2Z_2}$$

AUTO TRAFU

Trafo dengan kumparan tunggal dengan terminal untuk membagi kumparan menjadi 2 bagian. Suatu trafo daya 50 KVA dengan rating 1000/200V.



Dua macam hubungan beban.



Arus beban penuh di kumparan 1

$$I_1 = \frac{50 \text{ KVA}}{10 \text{ KV}} = 5 \text{ A}$$

Arus beban penuh di kumparan 2

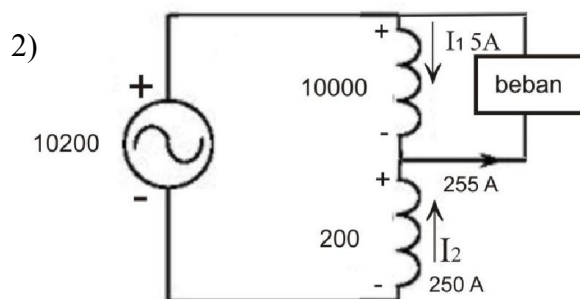
$$I_2 = \frac{50 \text{ KVA}}{200 \text{ V}} = 250 \text{ A}$$

Arus beban $I_1 + I_2 = I_L = 255 \text{ A}$

KVA beban $200 \text{ V} \times 255 \text{ A} = 51 \text{ KVA}$

Trafo 50 KVA

KVA Sumber $10.200 \times 5 = 51 \text{ KVA}$



KVA beban : $10.000 \times 255 = 2550 \text{ KVA}$

Bila terjadi hal demikian isolasi akan rusak

MODUL XIV

NATURAL RESPONSE

A. TUJUAN:

Setelah mempelajari modul ini anda diharapkan:

4. Dapat memahami gejala *Natural Response*
5. Dapat menghitung arus dan tegangan transient akibat *Natural Response*

B. BUKU REFERENSI :

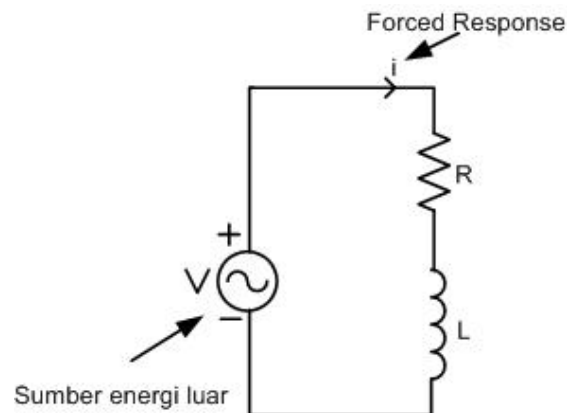
1. David E Johson: "*Electric Circuit Analysis*", Prentice Hall International Edition, 1989, 1992
2. Ed Minister, Joseph: "*Theory and Problems of Electric Circuits*", Mc Graw Hill, 1995
3. Hayt Wiliams: "*Engineering Circuit Analysis*", Mc Graw Hill, 1991
4. Ralph J Smith: "*Circuits, Devices & Systems*", Jhon Wiley & Sons, 1995
5. Richard C Dorf, James A Svoboda: "*Introduction to Electric Circuits*", Jhon Wiley & Sons, 2001

C. Uraian Materi

Forced Response

Selama ini kita hanya mencari *forced response* (Respon yang dipaksakan) artinya respon yang terjadi karena ada sumber energi dari luar.

Contoh :



Gambar.1

Ciri-ciri *forced response* (*Steady state respon*)

1. Ada sumber energi luar
2. Bentuknya mengikuti bentuk sumber, karena kita hanya bekerja pada rangkain-rangkaian pasif linier jika :
 - Sumber energi AC maka *forced response* berbentuk AC
 - Sumber energi DC maka *forced response* berbentuk DC
3. Mempunyai harga tetap titik $t \rightarrow \infty$

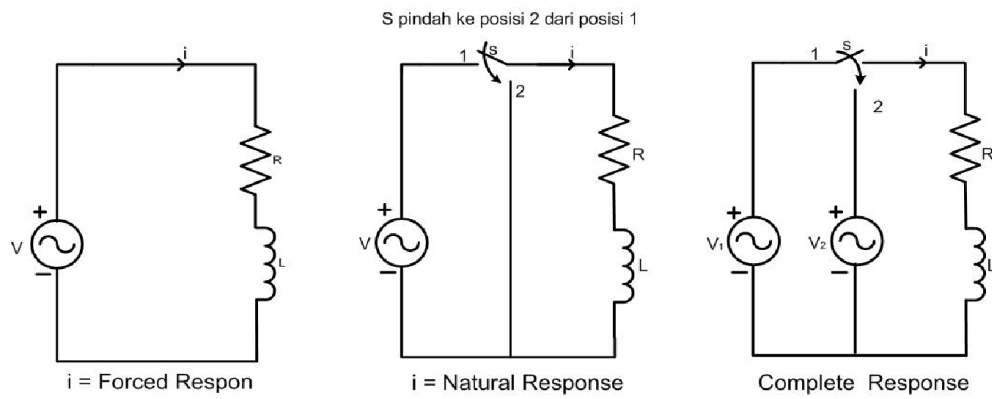
Natural Response (Transient)

Ciri –ciri dari *Natural Response*

1. Tidak ada sumber eneri luar
2. Respon terjadi akibat adanya simpanan energi
3. Bentuk tergantung pada rangkain
4. Harganya menuju $\rightarrow 0$ jika $t \rightarrow \infty$ memenuhi persamaan Ae^{-st}

Complete response (Respon lengkap)

Merupakan gabungan dari *Forced respon* dan *Natural sespon*



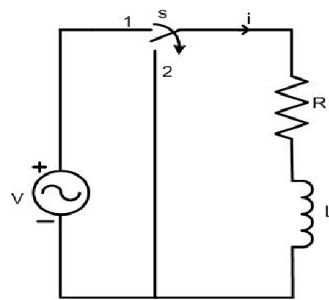
Gambar 2

Sistem Order Pertama

Biasa terjadi untuk rangkain dengan 1 elemen penyimpanan energi

Contoh 1:

Pada $t = 0$, S pindah dari posisi 1 ke 2 hitung $i(t)$ untuk $t > 0$



Gambar.3

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0$$

Misalnya : $i = Ae^{st}$

Maka :

$$LSAe^{st} + RAe^{st} = 0$$

$$(LS + R)Ae^{st} = 0$$

$$LS + R = 0$$

$$S = -\frac{R}{L}$$

Dengan demikian :

$$i = Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

“A” dicari dari syarat mula (*Intial Conditional*)

i = jawab umum

Syarat mula :

Energi tidak dapat berubah seketika

$$w_L = \frac{1}{2} L i^2$$

$$w_L(0^-) = w_L(0^+)$$

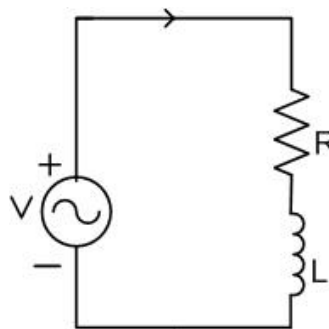
sesaat sebelum S pindah sesaat setelah S pindah

$$\frac{1}{2} L i_L^2(0^-) = \frac{1}{2} L i_L^2(0^+)$$

$$i_L(0^-) = i_L(0^+)$$

$i_L(0^-)$ Merupakan arus melalui L sesaat sebelum terjadi perubahan harus sama dengan arus melalui L sesaat setelah perubahan

Pada $t=0^-$, S di 1, seperti dilihat pada gambar dibawah ini:



Gambar.4

$$V = V_m \cos \omega t$$

$$\bar{z} = R + j\omega L$$

$$= z < \varphi$$

$$i_L = \frac{V_m}{z} \cos (\omega t - \varphi)$$

$$i_L(0) = \frac{V_m}{z} \cos \varphi \dots\dots\dots(1)$$

$$i = A e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$i_L = i$$

$$i_L(0) = A e^{0t} = A \dots\dots\dots(2)$$

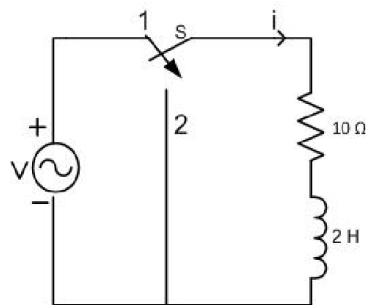
Dari persamaan 1 & 2

maka:

$$i(t) = \frac{V_m}{Z} \cos \varphi e^{-\frac{R}{L}t}$$

Contoh 2:

Diketahui : $t=0$, S pindah dari 1 ke 2. Setelah lama di 1, $V=200$ V hitung $i(t)$.



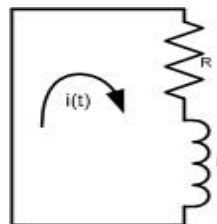
Gambar.5

1. Rangkaian pada $t \geq 0$

Persamaan loop :

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = 0$$

$$Ri + L \frac{di}{dt} = 0$$



2. Misalnya :

$$i = A e^{st} \rightarrow \frac{di}{dt} = SA e^{st}$$

$$R A e^{st} + SLA e^{st} = 0$$

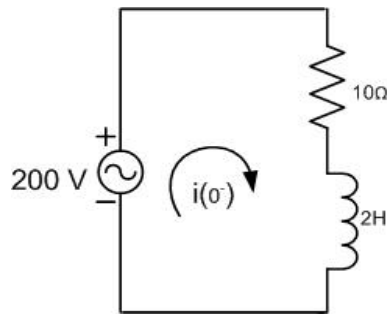
$$S = -\frac{R}{L} = -\frac{10}{2} = -5$$

3. "A " dicari dari syarat mula.

Syarat mula :

$$i_L(0^-) = i_L(0^+)$$

$$t = 0^-, S \text{ di } 1 \quad i_L = \frac{V}{R}$$



Maka :

$$i_L(0^-) = i(0^+) = \frac{200}{10} = 20 \text{ A}$$

$$i_L(0^-) = i_L(0^+) = 20 = i(0) \dots \dots \dots (1)$$

$$i(0) = Ae^{5 \cdot 0} = A \dots \dots \dots (2)$$

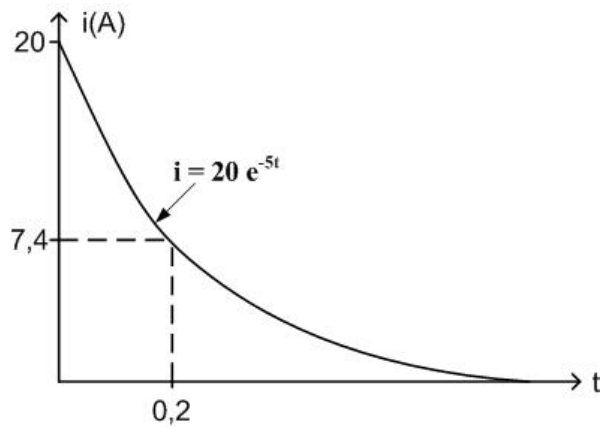
maka :

$$A = 20$$

$$i = 20 e^{-5t} \text{ A}$$

4. Jawab:

$$i = 20 e^{-5t} \text{ A}$$



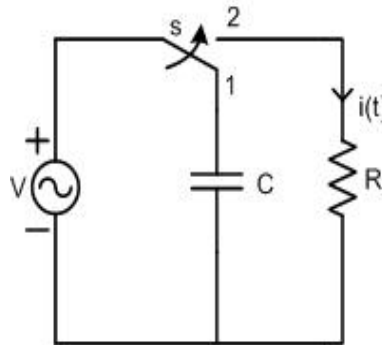
Langkah – langkah untuk menghitung natural respon:

- 1) Tuliskan persamaan hukum kirchoff yang diperlukan pada $t \geq 0$
- 2) Jika kita memperoleh bentuk persamaan integral - differensial kita harus mengubah ke persamaan differensial
- 3) Tuliskan persamaan differensial homogenya
- 4) Misalkan jawab berbentuk Ae^{st} (untuk persamaan differensial orde pertama) dan $A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$ jika kita bekerja pada persamaan differensial orde dua.

- 5) Tentukan harga “s” dengan memasukkan jawaban ke persamaan
- 6) “A” dicari dari syarat mula
- 7) Untuk kumparan $i_L(0^-) = i_L(0^+)$ dan untuk kapasitor $V_C(0^-) = V_C(0^+)$.

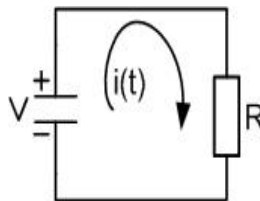
Contoh 3:

$t=0$, S pindah dari posisi 1 ke 2 (Saklar lama di 1)



1. Persamaan loop :

$$Ri + \frac{1}{C} \int i dt = V_0$$



Differensialkan persamaan di atas sehingga :

$$R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$$

2. Misalnya $i = A e^{st}$

$$RS A e^{st} + \frac{1}{C} A e^{st} = 0$$

$$RS + \frac{1}{C} = 0$$

$$RS = -\frac{1}{C}$$

$$S = -\frac{1}{RC}$$

$$i = A e^{-\frac{1}{RC}t}$$

3. “A” dicari dari syarat mula.

Syarat mula = $V_C(0^-) = V_C(0^+) = V$

Persamaan loop pada $t = 0$

$$Ri(0) + \frac{1}{C} \int i dt = V$$

$$i(0) = \frac{V}{R} A e^0 = A$$

$$i(t) = A e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$i(0) = A e^0 = A \dots \dots \dots (1)$$

$$-V_C(0) + Ri(0) = 0$$

$$i(0) = \frac{V_C(0)}{R}$$

$$i(0) = \frac{V}{R} \dots \dots \dots (2)$$

dari 1 & 2 didapat:

$$A = \frac{V}{R}$$

4. Jawab : $i(0) = \frac{V}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$

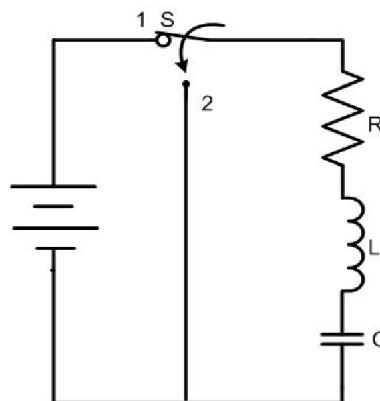
Sistem Dengan Persamaan Differensial Orde Kedua

Kita jumpai pada rangkaian-rangkaian dengan lebih dari satu elemen penyimpanan energi.

Contoh 4:

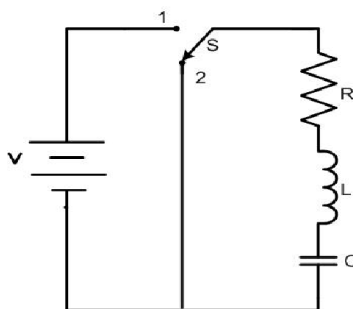
$t=0$ S ditutup $V_C(0^-) = V_0$

hitung $i(t)$.



Jawab:

1. Setelah $t=0$ s pindah dari posisi 1 ke 2



Maka:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int i dt = V_0$$

2. Dengan mendifferensierkan terhadap t

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0 \rightarrow \text{(persamaan differensial orde kedua homogen)}$$

3. Misalnya.

$$i = A e^{st}$$

$$S^2 L A e^{st} + S R A e^{st} + \frac{1}{C} A e^{st} = 0$$

$$\left(S^2 L + S R + \frac{1}{C} \right) A e^{st} = 0$$

$$\boxed{LS^2 + RS + \frac{1}{C} = 0}$$

$$S_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Ada tiga kemungkinan :

1. Jika $D > 0$, maka akar-akar S_1 dan S_2 yang riil yang berbeda

Jadi jawab :

$$\boxed{i = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}}$$

dalam hal ini sistem dikatakan dalam keadaan “overdamped”

2. Jika $D=0$, maka akar-akar yang riil sama.

Jawab :

$$i = A_1 e^{st} + A_2 t_2^{st}$$

Dalam hal ini sistem dikatakan “ *Critically Damped* ”

3. Jika $D < 0$, maka akar-akar kompleks konjuget $S_1 = S_2^*$ sebaliknya. Dalam hal ini sistem dalam keadaan “ *Oscillatory* ” atau “ *Under Damped* ”

Solusinya :

$$i = A_1 e^{(-\alpha - j\omega)t} + A_2 e^{(-\alpha + j\omega)t}$$

Dimana:

$$S_1 = -\alpha + j\omega = -\frac{R}{2L} + \sqrt{D}$$

$$S_2 = -\alpha - j\omega = -\frac{R}{2L} - \sqrt{D}$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} \rightarrow \text{Merupakan koefisien redomain}$$

$$\omega^2 = |D| = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} = \omega_n^2 - \alpha^2$$

$$\omega_n = \text{Natural frekuensi}$$

Respon ini dapat ditulis dalam bentuk :

$$i = A_1 e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \varphi)$$

Dimana “A” dan “ φ ” ditentukan dari syarat mula.

4. Mencari A_1 dan A_2 dari syarat mula :

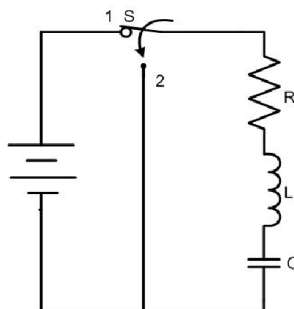
a) $i_L(0^-) = i_L(0^+)$

b) $V_C(0^-) = V_C(0^+)$

Contoh 6:

$L=1\text{H}$, $C=1/3\text{F}$, $R=4\Omega$, tegangan awal pada C = V_0 , pada saat $t(0)$, s pindah dari posisi 1 ke 2

Hitung $i(t)$.



Jawab:

$$\diamond LS^2 + RS + \frac{1}{C} = 0$$

$$S^2 + 4S + 3 = 0$$

$$(S+1)(S+3) = 0$$

$$S_1 = -1 \quad S_2 = -3$$

$$i = A_1 e^{-t} + A_2 e^{-3t}$$

a) $t=0$

$$i_L(0^-) = i_L(0^+) = 0$$

$$0 = A_1 + A_2 \dots \dots \dots (1)$$

b) $V_C(0^-) = V_C(0^+) = V_0$

Pada $t=0$

$$\cancel{Ri(0)} + L \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} + \frac{1}{C} \int i dt = V_0$$

$=0 \qquad \qquad \qquad =0$

$$L \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = V_0$$

$$L(-A_1 e^{-t} - 3A_2 e^{-3t})|_{t=0} = V_0$$

$$L(-A_1 - 3A_2) = V_0$$

$$-A_1 - 3A_2 = \frac{V_0}{L} \dots \dots \dots (2)$$

dari persamaan 1 & 2:

$$-A_1 - 3A_2 = \frac{V_0}{L}$$

$$\frac{A_1 + A_2 = 0}{-2A_2 = \frac{V_0}{L}} +$$

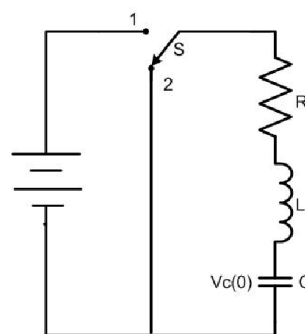
$$-2A_2 = \frac{V_0}{L}$$

$$A_2 = -\frac{V_0}{2L} = -\frac{V_0}{2}$$

$$A_2 = -A_1$$

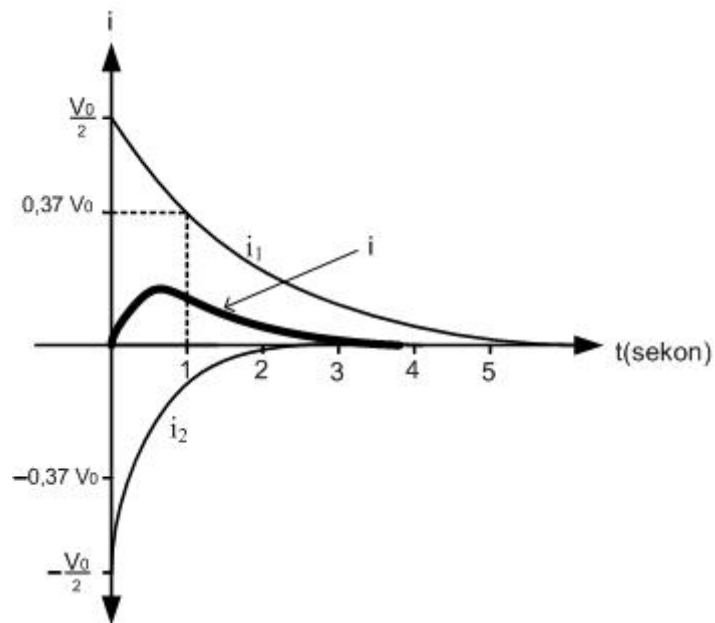
$$A_2 = \frac{V_0}{L}$$

Maka Jawabannya :



$$i(t) = \frac{V_0}{2} e^{-t} - \frac{V_0}{2} e^{-3t}$$

Gambar $i(t)$



Untuk Rangkaian RLC seri dengan $D < 0$

❖ Persamaan untuk RLC seri:

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = V_0$$

❖ $L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$

❖ $i = Ae^{st}$

$$S^2 L + SR + \frac{1}{C} = 0$$

❖ $S_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$

$\alpha = \frac{R}{2L} [\Omega/H] \rightarrow$ Koefesien redaman

$\omega_n^2 = \frac{1}{LC}$ $\omega_n =$ natural frekuensi [rad/sekon]

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2$$

$$\omega^2 = \omega_n^2 - \alpha^2$$

Sehingga :

$$S_{1,2} = -\alpha \pm j\omega$$

$$\ast i_n = A_1 e^{(-\alpha + j\omega)t} + A_2 e^{(-\alpha - j\omega)t}$$

$$i_n = e^{-\alpha t} [A_1 e^{j\omega t} + A_2 e^{-j\omega t}]$$

Menurut Euler :

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$

$$i_n = e^{-\alpha t} \left[\underbrace{(A_1 + A_2) \cos \omega t}_{B_1} + j \underbrace{(A_1 - A_2) \sin \omega t}_{B_2} \right]$$

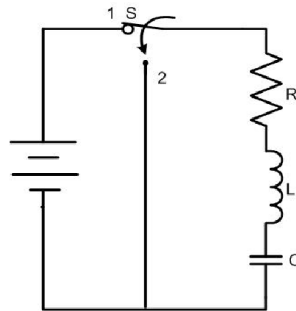
$$i_n = e^{-\alpha t} [B_1 \cos \omega t + B_2 \sin \omega t]$$

$$i_n = e^{-\alpha t} A \cos(\omega t + \theta) \text{ atau; } i_n = e^{-\alpha t} A \sin(\omega t + \varphi)$$

\ast A dan θ atau φ dicari dari syarat mula.

Contoh 7:

L=1 H, R=2 Ω , C= 1/17 F, t=0, S ditutup, hitung $i(t)$.



1. Persamaan hukum kirchoff yang diperlukan

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt - V_0 = 0$$

2. Persamaan differensial homogen

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} i = 0$$

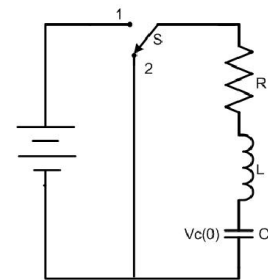
3. Misalnya:

$$i = Ae^{st}$$

$$S^2 L + SR + \frac{1}{C} = 0$$

$$S_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$S_{1,2} = -\frac{2}{2 \cdot 1} \pm \sqrt{1 - \frac{1}{1 \cdot \left(\frac{1}{17}\right)}}$$



$$S_{1,2} = -j \pm j4$$

4. Ada dua kemungkinan jawaban :

$$i_n = Ae^{-t} \cos(4t + \theta) \text{ atau } i_n = Ae^{-t} \sin(4t + \varphi)$$

Misalnya kita pilih $i_n = Ae^{-t} \sin(4t + \varphi)$

5. A dan φ dicari dari syarat mula.

Syarat mula:

a) $i_L(0^-) = i_L(0^+) = i(0) = 0$

$$i_n(0) = A \sin \varphi = 0$$

$$\varphi = 0$$

b) $V_C(0^-) = V_C(0^+) = V_0$

pada $t = 0$, persamaan hukum kirchoff tegangan:

$$\cancel{Ri(0)} + L \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} + \frac{1}{C} \int_0^0 i dt = V_0$$

$= 0 \qquad \qquad \qquad = 0$

$$L \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = V_0$$

$$\frac{di}{dt} = -1Ae^{-t} \sin(4t + \varphi) + 4Ae^{-t} \cos(4t + \varphi)$$

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = (-Ae^{-0} \sin 0 + 4Ae^{-0} \cos 0) = V_0$$

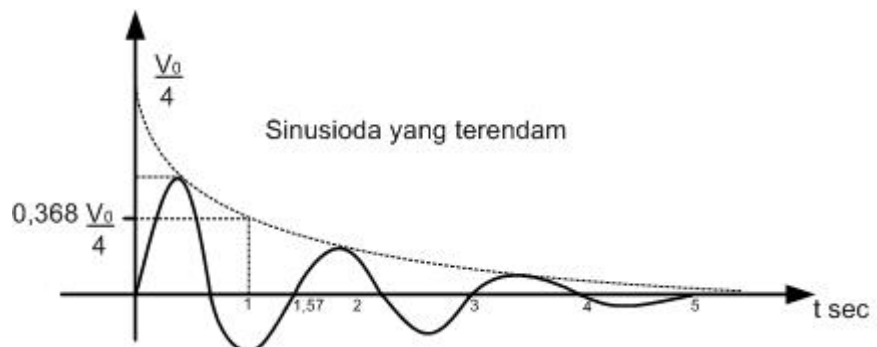
$$4A = V_0$$

$$A = \frac{V_0}{4}$$

Jadi jawab:

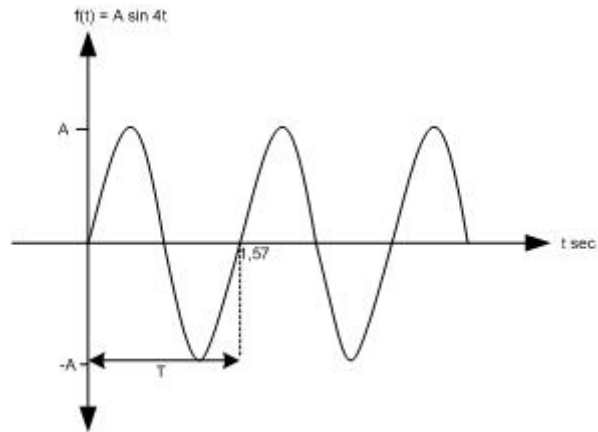
$$i_n = \frac{V_0}{4} e^{-t} \sin 4t$$

Grafik sinusioda yang terendam



$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 4$$

$$T = \frac{\pi}{2} = 1,57 \text{ sec}$$



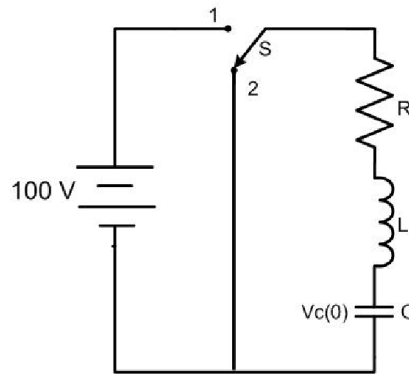
Evaluasi

$$R=4 \Omega$$

$$L= 2 \text{ H}$$

$$C= 1/58 \text{ F}$$

Cari $i(t)$ jika pada $t=0$ S dipindah dari 1 ke 2



Kunci jawaban:

$$i(t) = 10e^{-2t} \sin 5t$$

Atau :

$$i(t) = 10e^{-2t} \cos(5t - 90^\circ)$$

Penutup

Jika anda dapat menyelesaikan soal diatas dengan benar maka anda sudah dapat melanjutkan mempelajari modul yang lain, tetapi jika masih salah dianjurkan untuk mempelajari ulang modul ini.